**4**)Повний приріст . Озн . диф. функції в точці та диференціалу ф-ції 2 –х змінних. Формула для диференціалу через частині похідні та інваріантність форми диференціалу.

Повним приростом ф-ії f у точці (x0,y0,z0) називається рівняння ∆ f(x0,y0,z0) =f(x,y,z) -f(x0,y0,z0) = f(x0+ ∆x, y0 +∆y, z0 +∆z) = f(x0,y0,z0)

Функція z= f (x,y) називається диференційованою в точці (x0,y0 ) якщо повний приріст функції z можна записати у вигляді

∆ z=A(x0,y0 ) ∆x +B(x0,y0 ) ∆y+O(g)

g=√∆x2+∆y2 де O(g)—величина яка нескінченно малого вищого порядку порівняно з g

Повним диференціалом dz функції в т. (x0,y0 ) називається величина

Dz=df (x0,y0 )=df/dx(x0,y0 ) dx+ df/dy (x0,y0 ) ∆y

Dz=f ‘x (x0,y0 ) dx+ f ‘y(x0,y0 ) dy де dx і dy –диференціали незалежних з.

Універсальність форми диференціалу

D2z/dxdy=d2z/dydx

Знайти повний приріст ( повний диференціал функції за озн. Z=(x-1)2+2y2

∆ z=(x+∆ x-1)2+2(y+y2)2-(x-1)2-2y2=(x-1)2 +2∆ x (x-1)+ ∆ x2+2y2+4y∆ y+2∆ y2-(x-1)2-2y2=2∆ x(x-1)+ ∆ x2+4y∆ y+2∆ y2

Zx’=2(x-1)=$\lim\_{∆x=0}∆z/∆x$

Zy’=$\lim\_{∆x=1}∆z/∆x$=4y

Dz= 2x(x-1)dx+4ydy

**5)**Частинні похідні складної функції багатьох змінних та похідні неявно заданих функцій , якщо

z=z(x,y) x=x(t) y=y(t ) тоді dz/dt=dz/dx\*dy/dt+dzdy\*dydt

Якщо z=z (x,y) y=y(x) тоді dz/dx= dz/dx+dz/dy\*dy/dx

Якщо z=z(x,y), x=x(u,v) y=y(u,v) тоді частинні похідні за незалежними змінними u і v у довільній точці (u,v) знаходяться так

Dz/du=(dz/dx)(dx/du)+(dz/dy)(dy/du)

Dz/dv=(dz/dx)(dx/dv)+(dz/dy)(dy/dv)

Похідна неявних функцій.

**Теорема.** Якщо функція f(x,y)=0, задовільняє умови

---існує т. М0(x0,y0)=0

---в колі т. М0  ф-ія F (x,y)=0 та частинні похідні FX і FY неперервні

--- F’ (x,y)не =0 то в т. Що існує єдина неперервна ф-ія y≥f(x) (x=ϕ(y)) така що F(x,f(x))=0, (F(ϕ(y),y)=0 y0=f(x0) (x0= ϕ(y),y)

**Теорема.** Якщо функція F(x,y) задовільняє умови теореми існування і є диференційованою за своїми змінними в т. М0 , то функція y(-f(x)) має неперервні похідні

Dy/dx= - ((dF/dx)(dF/dy)) dz/dx=- ((dF/dx)(dF/dz)) dz/dy=- ((dF/dy)(dF/dz))

Знайти частинні похідні ф – ій

А) z=u3 lnv u=x/v v=x2y

Z= (x/y)3 ln (x2y)

 Z/x= 3(x/y)2 ln (x2y) \*(1/y)+(x/y)3 (x2 y) =3x2/x3 \* ln (x2y)+(x/y3)

Z/y= 3(x/y)2 ln (x2y) \*(-1/y2)+(x/y)3 (x2 / x2 y )=-3x2/y4 \* ln (x2y)+(x3/y4)

Б)3xyz-z3=8x

F=3xyz-z3 -8x

F/x=3yz-8 F/y=3xz F/z=3xy-3z2

Dz/dx= Z/x =- F/x / F/z =-(3yz-8)( 3xy-3z2)

Dz/dy= Z/y =- F/y/ F/z =(-3xz)( 3xy-3z2)

Dy/dx= - F/x/ F/y =-((3xz-8)( 3xy-3z2))/(( 3xy-3z2)( 3xz))=-(( 3yz-8)/(3yz))

**6**)Похідна по напрямку і її властивості, частинні похідні Градієнта Теорема про похідні по напрямку диференціації функції

Похідна складного коли f(x,y,z ) з даним напрямом S визначається за формулою

Df/dS=cos(S I )df/dx+cos(S j)df/dx+cos(S k)

Похідна за даним напрямком S характеризує швидкість зміни напрямку у даній точці

Df/dS=(S grad f) або df/dx=gradSf=ПрS grad f

Частинні похідні.Градієнт.

Знайти плохідні в напрямку l=(3,4) у функції z=x3+x2y-y2 в точці P(1,0)

Cos(і l)=(1.3+0.4)/(√1+0 \*√9+16)=3/5

 Cos(j l)=(0.3+1.4)/(√1+0 \*√9+16)=4/5

 Z/x= 3x2+2xyZ/x(1.0)=3

Z/y= x2-2y Z/y(1.0)=1

(Df/dl) / ϕ= 3/5\*3+4/5\*1=(9+4)/5=13/5

**8**)Екстремум функцій багатьох змінних.Необхідна і достатня умова екстремуму.Дослідження на екстремум замкнутій області.

Екстремум: необхідні умови .Функція z= F(x,y), яка є диференційованою може мати екстремум лише в точках де

Df/dx=0 та dF/dy=0 Ці точки називається стаціонарними

Достатні умови.Позначаємо через P значення похідних

D2F/dx2 D2F/dxdy D2F/dy2 в критичній точці (x0,y0) тоді якщо АС-В2≥0 то

P(x0,y0)=ZMAX для A≤0

P(x0,y0)=ZMIN для A≥0

Якщо АС-В2≤0 то екстремуму немає , якщо АС-В2≥0 , то екстремум може бути , а може й не бути ( невизначений випадок)

За теоремою про необхідну умову екстремуму перевірити чи може т. М (-1,6) буде точкою екстремуму для ф –ії z=x2+y2 на всій площині Оxy

 Z/x=2x

Z/y= 2y

Z/xx=2A =Z/xx(-1.6)=2

Z/xy=2 B= Z/xy(-1.6)=2

Z/y2=2C=Z/y2(-1.6)=2

АС-В=4-4=0

Дана функція екстремуму може мати або не мати , функція невизначена.