21. Ознаки невласних інтегралів 1-го роду, та геометричний зміст.

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування для функції у=f(x) визначаються так:

∫ва f(x)dx=lim ∫ва f(x)dx,

 b→∞

∫в-∞ f(x)dx=lim ∫ва f(x)dx,

 a→∞

Якщо відповідна границя існує і є скінченною, то невласний інтеграл називають збіжним, в іншому випадку-розбіжним.

Геометричний зміст.

Інтеграл ∫∞0 f(x)dx

В разі збільшення ординати площа фігури зростає, але не безмежно. У називають площею нескінченної смуги.

Sn = ∫в-∞ f(x)dx

Обрати серед даних інтегралів невласні інтеграли 1-го роду і виразити їх через границі:

∫∞1 $\frac{dx}{X2+x}$= lim∫a1 $\frac{dx}{X2+x}$

 a→∞

22.Означення невласного інтеграла 2-го роду, та геометричний зміст.

Невласний інтеграл з нескінченними межами для підінтегральної функції визначається так:

∫+∞-∞ f(x)dx=∫а-∞ f(x)dx+∫+∞а f(x)dx

Дана сума інтегралів не залежить від вибору а.

Геометрично: площа нескінченої полоси збігання до максимально великого числа, але вона точно є обмеженою.

Якщо = lim∫na f(x)dx -розбіжний, то маємо невласний інтеграл 2-го роду

 n→∞

lim∫a1 $\frac{dx}{X2+x}$= lim(arctg(a)-arctg(1))=П/4

 a→∞

Невласних інтегралів 2-го роду в переліку немає.

23. Означення ДР, його порядку, розв’язку, інтегралу.

Диф. Рівнянням називають р-ння, незлежну змінну,невідому функцію та її похідну або диференціали різних порядків.

Порядком диф. р-ння називається порядок найстаршої похідної, що входить до рівняння.

Розв’язком диф. р-ння називається диференційована функція, підставлення якої разом з її похідними перетворє його в тотожність.

Процес відшукання розв’язків диф. р-ння називається розв’язуванням або інтегруванням диф. р-ння.

Диф. р-ння 1-го порядку має вигляд:

F(x,y,y’)=0

Або y’=f(x,y)

Диф. р-ння зі змінними, що відокремлюються:

f1 (x)g1(y)yx’+ f2 (x)g2(y)=0

Однорідні диф. р-ння: y’=f($\frac{y}{x}$)

Визначити порядок ДР y’-2xy=0 і перевірити, чи є функція y=ex2+3  його розв’язком.

Розв’язання :

Маємо ДР 1-го порядку,

Y’=2x\* ex2 ; підставляємо в рівняння:

2x\* ex2-2x(ex2+3  )=0;

0=0

y= ex2+3 є розв’язанням р-ння y’-2xy=0

24. Задача Коші. Теорема про існування та єдність розв'язку задачі Коші для ДР 1-го порядку.

Розглянемо р-ння $\frac{dy}{dx}$=f(x,y)

Серед цих розв’язків даног р-ння знайти такий, який при заданому значенні аргумента х=х0 приймає задане значення у(х)=у0. Числа х0 та у0 називають початковими умовами.

Теорема: Якщо ф-ція f(x,y) неперервна в деякій області, що містить точки(х,у), має у цій точці обмежену частинну похідну по у, то існує тільки один розв’язок р-ння y’=f(x,y), який задовольняє умову Коші: у= у0 при х=х0

Чи виконуються умови теореми про існування і єдність розв’язку задачі Коші для такої задачі

Y’=$\frac{x-y2}{x+1}$, y(0)=1, в деякому околі т.(0,1)

Розв'язання:

$\frac{dy}{dx}$=$\frac{x-y2}{x+1}$ ;

$\frac{dy}{y2}$=$\frac{xdx}{x+1}$

∫ y-2dy=∫ dx- ∫$\frac{dx}{x+1}$

$\frac{(y)-1}{-1}$= x- ln|x+1|+C

$\frac{1}{y}$ = ln|x+1|-x+C

Y=$\frac{1}{ x- ln|x+1|+C}$

Y(0)=$ \frac{1}{-c}$=1

C=1

Y=$\frac{1}{ ln\left|x+1\right|-X+1}$

В-дь: Y=$\frac{1}{ ln\left|x+1\right|-X+1}$