*32.ряди з додатніми членами. Ознаки порівняння.*

*Ряд де an>0, називається рядом з додатніми членами.*

*Ознаки збіжності рядів з додатніми членами:*

1. *Порівняльна ознака*

*Якщо 0≤an≤bn? Для всіх n>n, то із збіжності ряду випливає збіжність ряду , а із розбіжності ряду, розбіжність ряду .*

*2)гранична порівняльна ознака*

*Якщо =A, де A≠0 – число, то із збіжності(розбіжності) ряду випливає збіжність(розбіжність) ряду*

*3)ознака Д’аламбера*

*Якщо =A, де А –число, то*

*Для А<1, -збіжний*

*для A>1- розбіжний*

*для A=1- ознака відповіді не дає*

*4)інтегральна ознака Коші-Макнорена*

*Якщо функція f(x), для x≥1 неперервна,додатна,монотонно спадна, то ряд,де аn=f(n) збігається або розбігається залежно від того, залежно від того, збігається чи розбігається невласний інтеграл*

*Порівняти ряд з гармонічним*

*Гранична ознака порівняння*

*==1≠0*

*Отже,оскільки гармонічний ряд розбіжний,то й ряд тоеж розбіжний*

**33.Ознака Даламбера , радикальна коли (див. завд. № 32 пит.3 та 4)**

Ознака Коші*: ∞*

*∑ an*

*n = 1*

якщо *lim √аn = A,* де А – число, то

n → ∞

для А ‹ 1 ряд збіжний

для А › 1 ряд розбіжний

для А = 1 ознака відповіда не дає

Чи працює ознака Даламбера при досліджені ряду *: ∞*

*∑ 1/n*

*n = 1*

Ознака непрацює оскільки *lim 1/n+1 / 1/n = lim n/n+1=1*

*n → 1 n → ∞*

**34.Інтегральна озн. Коші (див. завд № 32 прик. 4)**

А) чи можна застосувати інтегральну ознаку для ряду : *∞*

*∑ ln n*

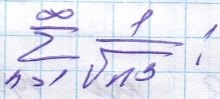
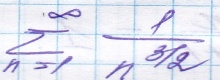
*n = 1*

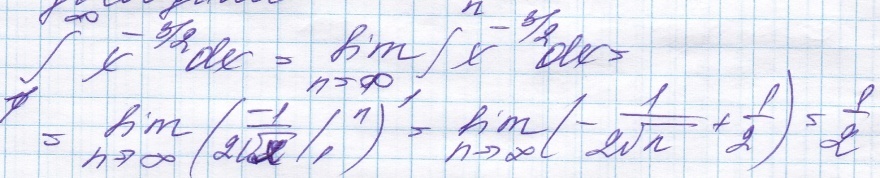
*∞ n n*

*∫ lns dx=lim ∫ lns dx=│u =ln dv=dx│ = lim(x ln x ) │ - ∫ dx = lim (n ln n – n) = ∞*

*1 n→∞ 1 │du= dx/x v=x │ n→∞ 1 n→∞*

Ряд розбіжний

Б) чи збігається ряд :  Ряд 

Дослідимо

Ряд збіжний

**35. знакопочережні ряди.Ознака Лєйбніца.**

Знакозмінними називають ряд що містить і додатні і відємні члени

Якщо у знакозмінному ряді знаки чергуються то такий ряд називають знакопочережним, або рядом типу Лєйбніца.Для таких рядів справедлива теорема .

Теорема Лєйбніца: Ряд збігається якщо виконуються умови

А)lim an=0

Б)починаються з деякою N для всіх n › N маємо │an│›│ an+1│

Із заданих рядів вибрати знаконочережні

*∞*

*∑ -1/n²+1*

*n = 1*

*∞*

*∑ (-1)ⁿ/n²+1* – знаконочережний ряд

*n = 1*

**36.Знаконозмінні ряди – ряди які містять як додатні так і відємні члени.**

Ряд *∞*

*∑ аn*

*n=1*

з довільним чергуванням знаків його членів називають абсолютно збіжним, якщо збігається ряд *∞*

*∑ │аn │.*

*n=1*

Збіжний ряд *∞*

*∑ аn* називають умовно збіжним, якщо ряд ∞

*n=1* *∑│аn│* розбігається

*n=1*

Ознака Веєрштраса: функціональний ряд ряд *∞*

*∑ un(x)*

*n=1*

збігається на множені х рівномірно і абсолютно якщо │un(x)│‹ an для всіх х є х і числовий ряд *∞*

*∑ аn*

*n=1* збігається

Озню Даламбера див.завд.№32 пит. 3

Озн. Коші див. завд. № 33

Завдання 37

Функціональні ряди. Озн. областей збіжності

Функціональним рядом називають ряд,де un(x) – функції визначені на деякому проміжку.

Ряд називається збіжним у точці хо , якщо збігається числовий ряд .

Степеневі ряди:

Функціональний ряд вигляду

*ax+a1x+a2x2+…+anxn+…+*  ,

де aі-дійсні числа називають степеневим рядом

Область збіжності степеневого ряду як і довільного функціонального, можна знаходити користуючись достатніми умовами збіжності знакододатних числових рядів.

Число R≥0 називають радіусом збіжності,якщо для |х|>R ряд збігається, а для |х|<R розбігається.

Інтервал( -R;R) називається інтервалом збіжності степеневого ряду.

Теорема Абеля:

Якщо ряд *= ax+a1x+a2x2+a3x3+…* збігається для х=х1, *то він* абсолютно збігається для |х|<|x1| якщо ряд розбігається для х=х2 то він розбігається для х|<|x2|.

а). Із заданих рядів вибрати степеневий

*– степеневий*

*б).Проінтнгрувати почленно ряд*

*S(x)=*  нв відрізку [0,1]

Теорема: якщо степеневий ряд має радіус збіжності R( суму S(х))то ряд отриманий його почленним диференціюванням, має той же радіус зб R і сума його похідна від ф-ції S(х).

Теорема: Ряд отриманий в результаті почленного інтегрування ряду в межах від 0 до х має такий же радіус збіжності і його сума рівна інтегралу S(x) dlx

= |01=

Завдання 38

Розклад функції в ряд Тейлора і Маклорена

*Нехай* f(x) є нескінченно диференційованою функцією в околі точки х0.

Рядом Тейлора функції f(x) називається ряд вигляду

f(x)= f(n)(x0)(x-x0)n= f(x0)+ f `(x0) (x-x0)+1/2\*fn(x0) (x-x0)2+…

Для x0= 0 ряд Тейлора називають рядом Маклорена

Теорема: Якщо ф-цію f(x) в інтервалі (x0-R, x0+R) тобто щоб справджувалась рівність

f(x)=(x-x0)n необхідно й достатньо щоб ф-ція f(x) мала в цьому інтервалі похідні всіх порядків і залишковий член її ряду Тейлора прямував до нуля при n→∞ для всіх х з даного інтервалу.

ۦ Знайти перші 3 члени розкладу в ряд Маклорена ф-ції f(x)=3x

Розв.

*f `(x)= 3xln3*

*f```(x)= 3xln2 3*

*f `` `(x)= 3xln3 3*

*3x=31+x ln3+1/2(x2 ln2 3)+1/6(x3 ln3 3)+…*

Завдання 39

Ряди Маклорена для функцій

*ex=1++ +… (R=∞)*

*sinx= - + +… (R=∞)*

*cosx= ex=1 - - +… (R=∞)*

*ln(1+x)= - - … (R=1)*

*(1+x)α=1+αx+ x2+x3+… (R=1)*

*Arctgx= x - + +… (R=1)*

Використовуючи попередні ряди розкласти в ряд Маклорена ф-цію:

*e2x^2=1+ + +*