г) $y(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$, $f(x)=-f(-x), g(x)=-g(-x),$ значит, $y(-x)=$

$=\dfrac{f(-x)}{g(-x)}=\dfrac{-f(x)}{-g(x)}=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

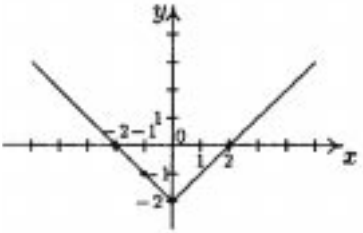
642.

1) Графиком функции $f(x)=x-2$ будет прямая

x	0	1
y	-2	-1

2) Графиком функции $f(x)=-x-2$ будет прямая

x	0	-2
y	-2	0



643.

График функции $g(x)=x^2+1-$ парабола, у которой ветви направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2}=0; g_в=1.$

x	1	2	0	-1
y	2	5	1	2

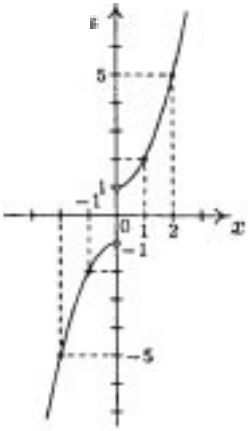


График функции $g(x)=-x^2-1$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вниз.

Найдем координаты вершины параболы:

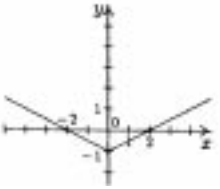
$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot(-1)}=0; g_в=-1.$

x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	-2	-5	-10	-1	-2	-5	-10

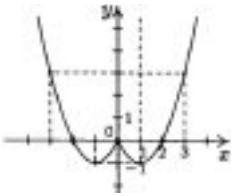
644.

а) Графиком функции $f(x)=\dfrac{1}{2}x-1$ будет прямая.

x	0	4



uy	–1	1	



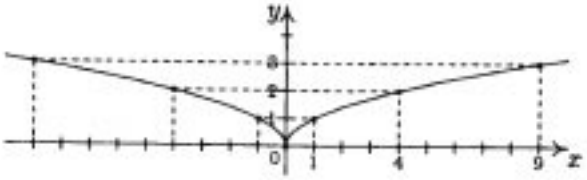
б) График функции $f(x)=x^2-2x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Координаты вершины параболы:

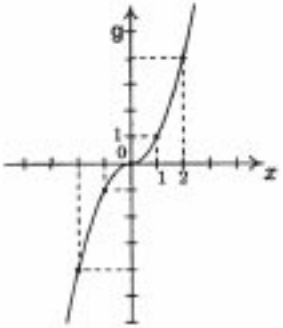
$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2\cdot 1}=1$; $y_в=1$.

в) При $x\geq 0$ график функции при построим по точкам: при $x\leq 0$ график будет симметричен построенному относительно Оу.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3



645.

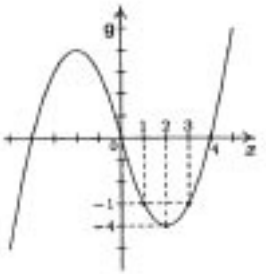


а) График функции $g(x)=x^2$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 1}=0$; $g_в=0$.

x	0	1	2	3	4
y	0	1	4	9	16



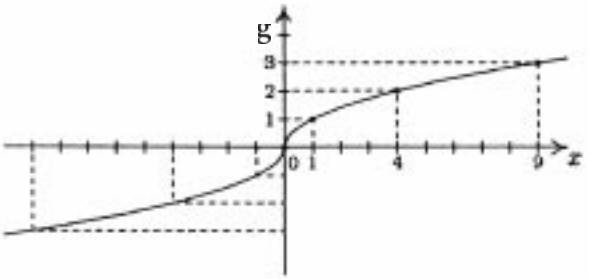
б) График функции $g(x)=x^2-4x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы: $x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2$; $g_в=4-4\cdot 2=-4$.

x	0	1	2	4
y	0	–3	–4	0

в) Построим график функции $g(x)=\sqrt{x}$:

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



646.

а) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно оси ординат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=f(x_0)$, то есть $f(x_0)$ — четная функция.

б) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно начала координат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; -f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=-f(x_0)$, то есть $f(x)$ — нечетная функция.

647.

а) Да, при $k=0$ $y=b$ — четная функция.

б) Да, при $b=0$: $y=kx$ — нечетная функция.

648.

Да, при $b=0$ и $a\neq 0$ $y=ax^2+c$ — является четной функцией.

649.

а) Функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $5^{100}>4^{100}$.

б) Т.к. $0,87<0,89$ и функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $0,87^{100}<0,89^{100}$.

в) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $1,5^{261}<1,6^{261}$.

г) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $\left(\frac{2}{3}\right)^{261}>\left(\frac{3}{5}\right)^{261}$.

650.

а) Функция $y=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $2^{10}<3^{10}$.

б) Функция $y=x^{5}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $0,3^5>0,2^5$.

в) Функция $y=x^{17}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $\left(\frac{4}{5}\right)^{17}>\left(\frac{8}{9}\right)^{17}$.

г) $\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{4}{9}\right)^{10}=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{10}=\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$;

д) $8^7=(2^3)^7-2^{21}$; $y=x^{21}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $3^{21}>2^{21}$, т.е. $3^{21}>8^7$.

е) $36^6=(36^2)^3=1296^3$. Функция возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$ и $1250<1296$, $1296^3>1250^3$, т.е. $36^6>1250^3$.

651.

а) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)\Rightarrow f(25)>f(12)\Rightarrow f(25)-f(12)>0$.

б) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)\Rightarrow f(-30)<f(-20)\Rightarrow f(-30)-f(-20)<0$.

в) $f(0)\cdot=0\Rightarrow f(0)\cdot f(60)=0$.

г) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)\Rightarrow g(17)-g(5)>0$.

д) $g(-9)>o$; $g(-17)>0\Rightarrow g(-9)\cdot g(-17)>0$.

е) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)\Rightarrow g(38)>g(0)\Rightarrow g(38)-g(0)>0$.

652.

а) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x\in[0;\ 1)$, то $x^n\geq 0$, $x-1\leq 0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n\leq 0$, то есть $x^{n+1}\leq x^n$.

б) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x\in(1;\ +\infty)$, то $x^n\geq 0$, $x-1>0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n>0$, то есть $x^{n+1}>x^n$.

653.

а) $8=2^n$, значит, $n=3$.

б) $12{,}25=3{,}5^n$, значит, $n=2$.

в) $81=(-3)^n$, значит, $n=4$.

г) $-32=(-2)^n$, значит, $n=5$.

654.

а) $5=2^n$, $y=2^n$ возрастает.

$2^2=4<5<8^2=2^3$, значит, не существует.

б) $81=(\sqrt{3})^n$, значит, $n=8$.

в) $415=(-5)^n$, значит, $n=2m$.

$415=(-5)^{2m}=25^m$

$y=25^m$ — возрастает.

$25'=25<415<625=25^2$, значит, не существует.

г) $-343=(-7)^n$, значит, $n=3$.

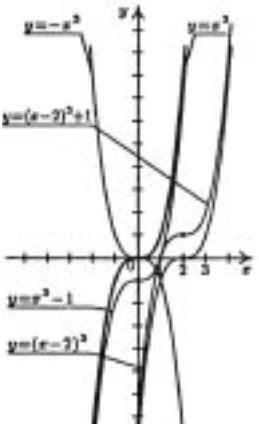
655.

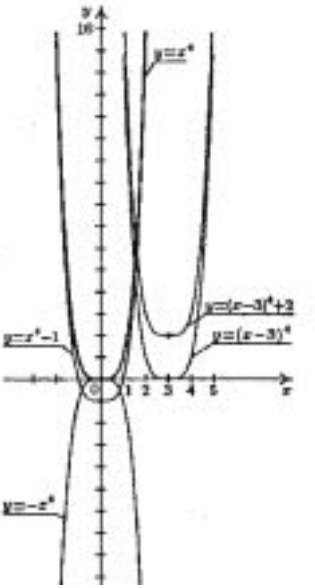
I. Построим график функции $y=x^3$.

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	-1	-8	$-\frac{1}{8}$	0	1	8	9

II. Построим график функции $y=x^4$.

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-1	-16	$-\frac{1}{16}$	0	1	16	$\frac{1}{16}$





а) График функции $y=-x^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$, пользуясь симметрией относительно оси x.

б) График функции $y=x^3-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y.

в) График функции $y=(x-2)^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 2 единицы вправо вдоль оси x.

г) График функции $y=(x-2)^3+1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^3$ на 2 единицы вправо и на 1 единицу вверх.

д) График функции $y=-x^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$, пользуясь симметрией относительно оси x.

е) График функции $y=x^4-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y.

ж) График функции $y=(x-3)^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 3 единицы вправо вдоль оси x.

з) График функции $y=(x-3)^4+2$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^4$ на 3 единицы вправо и на 2 единицу вверх.

656.

а) 2 корня;

б) 1 корень;

в) нет корней;

г) 1 корень;

д) 1 корень;

е) 1 корень.

657.

а) $-0{,}5\sqrt[10]{1024}=-0{,}5\cdot\sqrt[10]{2^{10}}=-0{,}5\cdot 2=-1.$

б) $-\frac{2}{3}\sqrt[7]{-2187}=\frac{2}{3}\sqrt[7]{2187}=\frac{2}{3}\sqrt[7]{3^7}=\frac{2}{3}\cdot 3=2.$

в) $1{,}5\sqrt[9]{512}=1{,}5\sqrt[9]{2^9}=1{,}5\cdot 2=3.$

г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}\cdot\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}\cdot\sqrt{\frac{49}{9}}=\sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{3\cdot 7}{2\cdot 3}=\frac{7}{2}.$

д) $\sqrt[3]{-125}\cdot\sqrt[7]{0{,}1^7}=-\sqrt[3]{5^3}\cdot 0{,}1=-5\cdot 0{,}1=-0{,}5.$

е) $\sqrt[4]{16^{-2}}\cdot\sqrt[3]{0{,}125^3}=\sqrt[4]{\frac{1}{16^2}}\cdot\sqrt[3]{0{,}125^3}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^4}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1\cdot 1}{4\cdot 8}=\frac{1}{32}.$

658.

а) $\sqrt{x}=0{,}2$; $(\sqrt{x})^2=0{,}2^2$; $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2=0{,}04\Rightarrow x=0{,}04.$

б) $\sqrt[3]{y}=\frac{1}{2}$; $(\sqrt[3]{y})^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3\Rightarrow y=\frac{1}{8}.$

в) $\sqrt[4]{a}=-1$; нет решений, т.к. корень 4-ой степени из любого числа есть число неотрицательное.

г) $\sqrt[4]{b}=2$; $(\sqrt[4]{b})^4=2^4$; $\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4\Rightarrow b=16.$

д) $\sqrt[8]{x}=1$; $(\sqrt[8]{x})^8=1^8$; $\left(x^{\frac{1}{8}}\right)^8=1^8\Rightarrow x=1.$

е) $\sqrt[3]{y}=-2$; $(\sqrt[3]{\ })^3=(-2)^3=-8$; $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3=(-2)^3\Rightarrow x=-8.$

659.

а) При $x-2\geq 0$; $x\geq 2$ выражение имеет смысл.

б) При $\frac{9-x}{5}\geq 0$; $x\leq 9$.

в) При любом x выражение имеет смысл.

г) При $(a-5)(a-2)\geq 0$, т.е. при $a\leq 2$ или $a\geq 5$.

д) При $y^2-5y+6\geq 0$. Решим уравнение $y^2-5y+6=0$: $D=5^2-4\cdot 6=1$; $y=\frac{5+1}{2}=3$ или $y=\frac{5-1}{2}=2$; $y^2-5y+6=(y-3)(y-2)\geq 0$, т.е. $y\leq 2$ или $y\geq 3$.

е) При $-b^2+6b-8\geq 0$. Решим уравнение $-b^2+6b-8=0$; $b^2-6b+8=0$; $D=6^2-4\cdot 1\cdot 8=4$; $b=\frac{6+\sqrt{4}}{2}=4$ или $b=\frac{6-\sqrt{4}}{2}=2 \Rightarrow -b^2+6b-8=$ $=-(b-4)(b-2)\geq 0$; $(b-4)(b-2)\leq 0$, т.е. $2\leq b\leq 4$.

660.

а) $x^6=12$; $x=\pm\sqrt[6]{12}$.

б) $x^9=5$; $x=\sqrt[9]{5}$.

в) $x^7=-3$; $x=\sqrt[7]{-3}=-\sqrt[7]{3}$.

г) $x^{11}=2$; $x=\sqrt[11]{2}$.

д) $\sqrt[4]{x+1}=2$; $(\sqrt[4]{x+1})^4=2^4$; $\left((x+1)^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4 \Rightarrow x+1=16$; $x=15$.

е) $\sqrt[5]{x-2}=1$; $(\sqrt[5]{x-2})^5=1^5$; $x-2=1$; $x=3$.

661.

а) $x^8+6x^4-7=0$. Пусть $x^4=y$; $y^2+6y-7=0$;

$D=6^2-4\cdot(-7)=64$;

$y_1=\frac{-6+\sqrt{64}}{2}$ или $y_2=\frac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7$; $x^4=-7$; в первом случае $x_1=1$ или $x_2=-1$, во втором случае нет решений, т.к. правая часть равенства $x^4=-7$ – отрицательное число.

б) $x^{12}-9x^6+14=0$. Пусть $x^6=y$; $y^2-9y+14=0$;

$D=9^2-4\cdot 14=25$;

$y_1=\frac{9+\sqrt{25}}{2}=7$ или $y_2=\frac{9-\sqrt{25}}{2}=2 \Rightarrow x^6=7$ или $x^6=2$; в первом случае $x_{1,2}=\pm\sqrt[6]{7}$, во втором случае $x_{3,4}=\pm\sqrt[6]{2}$.

в) $x^6+11x^3+24=0$. Пусть $x^3=y$; $y^2+11y+24=0$;

$D=11^2-4\cdot 24=25$;

$y_1=\frac{-11+\sqrt{25}}{2}=-3$ или $y_2=\frac{-11-\sqrt{25}}{2}=-8 \Rightarrow x^3=-3$ или $x^3=-8$;

$x_1=-\sqrt[3]{3}$ или $x_2=\sqrt[3]{-8}=-2$.

г) $x^{14}-5x^7+6=0$. Пусть $x^7=y$; $y^2-5y+6=0$;

$D=25-4\cdot 6=1$;

$y_1=\frac{5+1}{2}=3$ или $y_2=\frac{5-1}{2}=2 \Rightarrow x^7=3$ или $x^7=2$, т.е. $x_1\sqrt[7]{3}$, $x_2=\sqrt[7]{2}$.

662.

а) 1) $\sqrt[3]{x}=5$; $(\sqrt[3]{x})^3=5^3=125$; $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3=5^3 \Rightarrow x=125$.

2) $\sqrt[3]{x}>5$; $(\sqrt[3]{x})^3>5^3$; $x>125$.

3) $\sqrt[3]{x}<5$; $(\sqrt[3]{x})^3<5^3$; $x<125$.

б) 1) $\sqrt[4]{x}=2$; $(\sqrt[4]{x})^4=2^4$; $\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4 \Rightarrow x=16$.

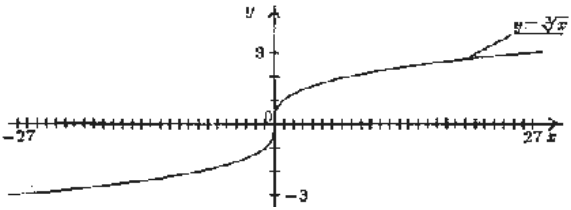
2) $\sqrt[4]{x}>2$; $(\sqrt[4]{x})^4>2^4$; $x>16$.

3) $\sqrt[4]{x}<2$; $(\sqrt[4]{x})^4<2^4$; $0\le x<16$.

663.

Построим график функции $y=\sqrt[3]{x}$

x	0	1	8	–1	–27
y	0	1	2	–1	–3



а) $\sqrt[3]{23}<\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[3]{-5}<\sqrt[3]{-4}$;

в) $\sqrt[3]{-0{,}1}<\sqrt[3]{-0{,}01}$.

664.

а) Так как $6<7$, то $\sqrt[3]{6}<\sqrt[3]{7}$, следовательно,

$\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{7}<0$.

б) Так как $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$, то $\sqrt[5]{\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$, следовательно,

$\sqrt[5]{\frac{1}{2}} - \sqrt[5]{\frac{1}{3}} > 0.$

в) Так как $1 > 0{,}99$,

то $1 > \sqrt[4]{0{,}99}$, следовательно,

$1 - \sqrt[4]{0{,}99} > 0.$

г) Так как $0{,}28 = \frac{7}{25} < \frac{2}{7}$,

то $\sqrt[6]{0{,}28} < \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$, следовательно,

$\sqrt[6]{0{,}28} - \sqrt[6]{\frac{2}{7}} < 0$

665.

а) $f(-x) = \sqrt{|-x|} = \sqrt{|x|} = f(x)$

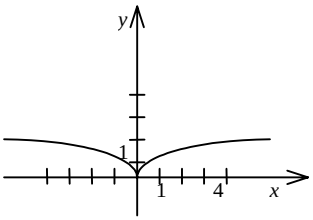
$D_f = R$

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y = f(x)$.

При $x \geq 0$ $y = f(x) = \sqrt{x}$

При $x < 0$ график будет симметричен относительно O_y.



б) $f(-x) = \sqrt[3]{|-x|} = \sqrt[3]{|x|} = f(x)$

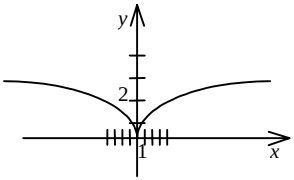
$D_f = R$ — симметрична относительно нуля.

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y = f(x)$.

При $x\geq 0$ $y=f(x)=\sqrt[3]{x}$

При $x<0$ график является симметричным относительно O_y.



666.

а) $0<x<1$, следовательно, $\sqrt[10]{0}<\sqrt[10]{x}<\sqrt[10]{1}$; $0<\sqrt[10]{x}<1$.

б) $1<x<1000$, следовательно, $\sqrt[10]{1}<\sqrt[10]{x}<\sqrt[10]{1000}$; $1<\sqrt[10]{x}<\sqrt[10]{1000}$.

в) $1000<x<10^{10}$, следовательно, $\sqrt[10]{1000}<\sqrt[10]{x}<\sqrt[10]{10^{10}}$; $\sqrt[10]{1000}<\sqrt[10]{x}<10$.

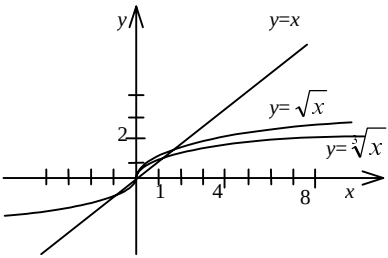
667.

а) $x-2\geq 0$, $x\geq 2$.

б) $5-2x\geq 0$; $2x\leq 5$; $x\leq 2{,}5$.

в) $y=\sqrt[3]{8x+1}$ определена при любом x.

668.



а) $\sqrt{x}=x$, значит, $x=x^2$; $x(x-1)=0 \Rightarrow x_1^{\frac{1}{2}}=0, x_2^{\frac{1}{2}}=1$, т.е. $x_1=0$, $x_2=1$

$\sqrt{x}=x$, значит, $x>0$, т.к. корень 2-ой степени число неотрицательное.

$\sqrt{x}>x$, значит, $x(x-1)<0$, т.е. $0<x<1$.

б) $\sqrt[3]{x} = x$, значит, $x=x^3$, т.е. $x(x^2-1)=0$; $x(x-1)(x+1)=0$, т.е. $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-1$.

$\sqrt[3]{x} < x$, значит, $x<x^3$; $x(x^2-1)>0$; $-1<x<0$ или $x>1$

$\sqrt[3]{x} > x$, значит, $x>x^3$; $x(x^2-1)<0$; $x<-1$ или $0<x<1$.

670.

а) $\sqrt[3]{\frac{64\cdot 27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}\cdot\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}\cdot\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{4\cdot 3}{5} = \frac{12}{5}$.

б) $\sqrt[4]{\frac{81}{16\cdot 625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{625}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{5^4}} = \frac{3}{2\cdot 5} = \frac{3}{10}$.

в) $\sqrt[5]{\frac{3^{10}\cdot 5^5}{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{3^{10}}\cdot\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{\left(3^2\right)^5}\cdot\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{\left(7^2\right)^5}} = \frac{3^2\cdot 5}{7^2} = \frac{45}{49}$.

г) $\sqrt[6]{\frac{9^9}{2^{12}\cdot 5^6}} = \frac{\sqrt[6]{9^9}}{\sqrt[6]{2^{12}}\cdot\sqrt[6]{5^6}} = \frac{\sqrt[6]{\left(3^2\right)^{3\cdot 3}}}{\sqrt[6]{\left(2^2\right)^6}\cdot\sqrt[6]{5^6}} = \frac{3^3}{2^2\cdot 5} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$.

671.

а) $\sqrt{16x^3y} = \sqrt{16x^2}\cdot\sqrt{xy} = 4|x|\sqrt{xy}$.

б) $\sqrt[4]{81ab^7} = \sqrt[4]{81b^4}\cdot\sqrt[4]{ab^3} = \sqrt[4]{3^4b^4}\cdot\sqrt[4]{ab^3}\ 3b\sqrt[4]{ab^3}$.

в) $\sqrt[3]{125a^5x^3} = \sqrt[3]{125a^3x^3}\cdot\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{5^3a^3x^3}\cdot\sqrt[3]{a^2} = 5ax\sqrt[3]{a^2}$.

г) $\sqrt[3]{64b^{12}y^7} = \sqrt[3]{(4b^4y^2)^3}\sqrt[3]{y} = 4b^4y^2\sqrt[3]{y}$.

672.

а) $a\sqrt{\frac{5}{a}} = \sqrt{\frac{5a^2}{a}} = \sqrt{5a}$.

б) $x\sqrt[3]{\frac{8}{x^2}} = \sqrt[3]{\frac{8x^3}{x^2}} = \sqrt[3]{2^3x^{3-2}} = 2\sqrt[3]{x}$.

в) $b\sqrt[4]{\frac{3}{b^3}} = \sqrt[4]{\frac{3b^4}{b^3}} = \sqrt[4]{3b^{4-3}} = \sqrt[4]{3b}$.

г) $2c\sqrt[5]{\frac{1}{16c^4}}=\sqrt[5]{\frac{32\cdot c^5}{16c^4}}=\sqrt[5]{2c^{5-4}}=\sqrt[5]{2c}$.

673.

а) Так как 32>8. Тогда

$$\sqrt[15]{32}=\sqrt[15]{2^5}=2^{\frac{5}{15}}=2^{\frac{1}{3}}>\sqrt[15]{8}=\sqrt[15]{2^3}=2^{\frac{3}{15}}=2^{\frac{1}{5}};$$

б) Так как $\frac{1}{9}<\frac{1}{3}$; тогда

$$\sqrt[4]{\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt[4]{\frac{1}{3}};\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}<0;$$

в) Так как 9>3; тогда

$$\sqrt[2k]{9}=\sqrt[k]{3}>\sqrt[2k]{3};\sqrt[k]{3}-\sqrt[2k]{3}>0;$$

г) Так как $\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$; тогда

$$\sqrt[2k]{\frac{1}{4}}=\sqrt[k]{\frac{1}{2}}<\sqrt[2k]{\frac{1}{2}};$$

$$\sqrt[k]{\frac{1}{2}}-\sqrt[2k]{\frac{1}{2}}<0.$$

674.

а) $\sqrt{2}=\sqrt[6]{2^3}=\sqrt[6]{8}$

$\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{3^2}=\sqrt[6]{9}$

Так как 6<8<9, следовательно, $\sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$;

б) $\sqrt{0,5}=\sqrt[6]{(0,5)^3}=\sqrt[6]{\frac{1}{8}}<\sqrt[6]{\frac{9}{100}}=\sqrt[3]{0,3}$

$$\sqrt[3]{0,3}=\sqrt[15]{\left(\frac{3}{10}\right)^5}=\sqrt[15]{\frac{243}{100000}}<\sqrt[15]{\frac{8}{1000}}=\sqrt[3\cdot5]{\frac{2^3}{10^3}}=\sqrt[5]{\frac{2}{10}}=\sqrt[5]{0,2},$$

следовательно, $\sqrt{0,5}<\sqrt[3]{0,3}<\sqrt[5]{0,2}$.

675.

а) $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}=1.\ \sqrt[3\cdot2]{\left(2-\sqrt{3}\right)^3}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}=$

$= \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2 \cdot (7+4\sqrt{3})} =$

$= \sqrt[6]{(4-4\sqrt{3}+3)(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7^2-(4\sqrt{3})^2} =$

$= \sqrt[6]{49-48} = 1.$

б) $\sqrt[6]{(3-2\sqrt{2}):\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}} = 1.$ $\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}} : \sqrt[2\cdot 3]{\left(\sqrt{2}-1\right)^2} =$

$= \sqrt[6]{(3-2\sqrt{2}):\sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{(\sqrt{2}-1)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}+1}} =$

$= \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} = \sqrt[6]{1} = 1.$

676.

а) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{25})}\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{5}.$

б) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{10}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}.$

в) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1.$

г) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^3-1^3} =$

$= \frac{2\left(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1\right)}{2} = \sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1.$

д) $\frac{7}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}} = \frac{7(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})} =$

$= \frac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{\left(\sqrt[3]{5}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2}\right)^3} = \frac{7\left(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}\right)}{5+2} = = \sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}.$

677.

а) $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0;$ $\sqrt[3]{x} = 2\sqrt[6]{x};$ $(\sqrt[3]{x})^6 = (2\sqrt[6]{x})^6;$ $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^6\left(x^{\frac{1}{6}}\right)^6;$
$x^2 = 64x;$ $x(x-64) = 0;$ $x_1 = 64$ или $x_2 = 0.$

б) $\sqrt[6]{x} - 0{,}1 = 0;$ $\sqrt[6]{x} = 0{,}1;$ $(\sqrt[6]{x})^6 = 0{,}1^6;$ $x = 0{,}000001.$

в) $\sqrt[10]{x}+5=0$; $\sqrt[10]{x}=-5$ нет решений, т.к. корень 10-ой степени число неотрицательное.

г) $\sqrt[6]{x}+2\sqrt[3]{x}-1=0$; пусть $\sqrt[6]{x}=y$, $2y^2+y-1=0$; $D=1+1\cdot2\cdot4=9$;

$y=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{4}$, $y_1=-1$ или $y_2=\frac{1}{2}$. В первом случае решений нет, т.к. корень 6-ой степени – число неотрицательное; во втором случае $\sqrt[6]{x}=\frac{1}{2}$; $x=(\frac{1}{2})^6$; $x=\frac{1}{2^6}=\frac{1}{64}$.

д) $\sqrt{x}-5\sqrt[4]{x}+6=0$; пусть $\sqrt[4]{x}=y$ тогда $y^2-5y+6=0$; $D=25^2-6\cdot4=25-24=1$; $y_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}$; $y_1=3$ или $y_2=2$. В первом случае $\sqrt[4]{x}=3$; $x_1=3^4=81$; во втором случае $\sqrt[4]{x}=2$; $x_2=2^4=16$.

е) $\sqrt[4]{x}-2\sqrt[8]{x}-3=0$; пусть $\sqrt[8]{x}=y$, тогда $y^2-2y-3=0$; $D=2^2+3\cdot4=4+12=16$; $y=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}$; $y_1=3$ или $y_2=-1$ — корней нет, т.к. левая часть – положительная, а правая - отрицательная; $\sqrt[8]{x}=3$; $x=6561$.

678.

а) $2{,}5\sqrt{40}=2{,}5\cdot2\sqrt{10}=5\sqrt{10}=5\cdot10^{\frac{1}{2}}=5\cdot(5\cdot2)^{\frac{1}{2}}=$

$=5\cdot5^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{3}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}}$.

б) $-8\cdot\sqrt[3]{2}=-2^3\cdot2^{\frac{1}{3}}=-2^{3+\frac{1}{3}}=-2^{\frac{10}{3}}$.

в) $a\sqrt{a}=a\cdot a^{\frac{1}{2}}=a^{1+\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{2}}$

г) $-b\cdot\sqrt[3]{b}=-b\cdot b^{\frac{1}{3}}=-b^{1+\frac{1}{3}}=-b^{\frac{4}{3}}$.

д) $(x+1)^2\cdot\sqrt[4]{x+1}=(x+1)^2\cdot(x+1)^{\frac{1}{4}}=(x+1)^{2+\frac{1}{4}}=(x+1)^{\frac{9}{4}}$.

е) $(y-5)^3\cdot\sqrt[3]{y-5}=(y-5)^3\cdot(y-5)^{\frac{1}{2}}=(y-5)^{3+\frac{1}{2}}(y-5)^{\frac{7}{2}}$.

679.

а) $512>64$, поэтому

$\sqrt[6]{512}=\sqrt[6]{8^3}=8^{\frac{3}{6}}=8^{\frac{1}{2}}>\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{8^2}=8^{\frac{2}{6}}=8^{\frac{1}{3}}$

б) 625>512, поэтому

$\sqrt[24]{625}=\sqrt[24]{5^4}=5^{\frac{4}{24}}=5^{\frac{1}{6}}>\sqrt[24]{512}=\sqrt[24]{8^3}=8^{\frac{3}{24}}=8^{\frac{1}{8}}$

в) 81<125, поэтому

$\sqrt[12]{81}=\sqrt[12]{3^4}=3^{\frac{4}{12}}=3^{\frac{1}{3}}<\sqrt[12]{125}=\sqrt[12]{5^3}=5^{\frac{3}{12}}=5^{\frac{1}{4}}$

г) 81>64, поэтому

$\sqrt[48]{81}=\sqrt[48]{3^4}=3^{\frac{4}{48}}=3^{\frac{1}{12}}>\sqrt[48]{64}=\sqrt[48]{4^3}=4^{\frac{3}{48}}=4^{\frac{1}{16}}$.

680.

а) $(x-2)^{\frac{1}{2}}=4$; $((x-2)^{\frac{1}{2}})^2=4^2$; $x-2=16$; $x=18$.

б) $(x-2)^2=4^{\frac{1}{2}}$. Положим, $x-2=y \Rightarrow y^2=\sqrt{4}=2$;

$y=\pm\sqrt{2}$; $x-2=\pm\sqrt{2}$; $x_1=2+\sqrt{2}$, $x_2=2-\sqrt{2}$.

в) $(y+3)^{\frac{1}{4}}=-1$; $\sqrt[4]{y+3}=-1$ нет решений, т.к. корень 4-ой степени – число неотрицательное.

г) $(y+3)^{-1}=\frac{1}{4}$; $\frac{1}{y+3}=\frac{1}{4}$; $y+3=4$; $y=1$.

д) $(a-5)^{\frac{1}{3}}=0$; $a-5=0$; $a=5$.

е) $(a-5)^0=\frac{1}{3}$ нет решений, т.к. $(a-5)^0=1$, но $\frac{1}{3}\neq 1$.

681.

а) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{1}$, значит, $\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}}<x^{\frac{1}{5}}<1^{\frac{1}{5}}$;

$\frac{1}{32}^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<1^{\frac{2}{5}}$, значит, $\sqrt[5]{\frac{1}{1024}}<x^{\frac{2}{5}}<1$; $\sqrt[5]{\frac{1}{4^5}}<x^{\frac{2}{5}}<1$; $\frac{1}{4}<x^{\frac{2}{5}}<1$.

б) $\sqrt[5]{1}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{32}$; $1<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{2^5}$; $1<x^{\frac{1}{5}}<2$;

$1^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<32^{\frac{2}{5}}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{1024}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{4^5}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<4$.

в) $\sqrt[5]{32}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{1000}$; $\sqrt[5]{2^5}<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{1000}$; $2<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{1000}$

$32^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<1000^{\frac{2}{5}}$; $\sqrt[5]{1024}<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{1000000}$;

$\sqrt[5]{4^5}<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{10\cdot 10^5}$; $4<x^{\frac{2}{5}}<10\sqrt[5]{10}$.

682.

а) $\dfrac{x^{\frac{3}{5}}}{x^{\frac{3}{10}}\cdot x^{\frac{2}{15}}}=x^{\frac{3}{5}-\frac{3}{10}-\frac{2}{15}}=x^{\frac{18-9-4}{30}}=x^{\frac{5}{30}}=x^{\frac{1}{6}}$.

б) $\dfrac{a^{-3,5}\cdot a^{3,8}}{a^{2,1}\cdot a^{-1,9}}=\dfrac{a^{-3,5}+a^{3,8}}{a^{2,1-1,9}}=\dfrac{a^{0,3}}{a^{0,2}}=a^{0,3-0,2}=a^{0,1}$.

в) $(m^{-0,6}\cdot m^{0,2})^{2,5}=(m^{-0,6+0,2})^{2,5}=(m^{-0,4})^{2,5}=m^{-0,4\cdot 2,5}=m^{-1}=\dfrac{1}{m}$.

г) $\left(c^{\frac{3}{4}}c^{-\frac{1}{6}}\right)^{-1\frac{2}{7}}=\left(c^{\frac{9-2}{12}}\right)^{-\frac{9}{7}}=c^{-\frac{7}{12}\cdot\frac{9}{7}}=c^{-\frac{3}{4}}$.

д) $\left(\dfrac{25a^{-2}}{4b^4}\right)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{25}\cdot(a^{-2})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{4}\cdot(b^4)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{5a^{-2\cdot\frac{1}{2}}}{2b^{4\cdot\frac{1}{2}}}=\dfrac{5a^{-1}}{2b^2}=\dfrac{5}{2ab^2}$

е) $\left(\dfrac{8x^{12}}{y^6}\right)^{-\frac{1}{3}}=\left(\dfrac{y^6}{8x^{12}}\right)^{\frac{1}{3}}=\dfrac{y^{\frac{6}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}x^{\frac{12}{3}}}=\dfrac{y^2}{2x^4}$.

683.

а) $\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt[10]{x^9}=x^{\frac{3}{5}}\cdot x^{\frac{9}{10}}=x^{\frac{3}{5}+\frac{9}{10}}=x^{\frac{6+9}{10}}=x^{\frac{15}{10}}=x^{\frac{3}{2}}$.

б) $\dfrac{\sqrt[8]{x}}{\sqrt[4]{x^{-1}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{8}}}{x^{-\frac{1}{4}}}=x^{\frac{1}{8}+\frac{1}{4}}=x^{\frac{1+2}{8}}=x^{\frac{3}{8}}$.

в) $\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x}}=(x^2x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{1}{12}}=x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{12}}=x^{\frac{9}{12}}=x^{\frac{3}{4}}$.

684.

а) $\left(\frac{x^{\frac{8}{3}}\cdot x^{-\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left(\frac{x^{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left(\frac{x^2}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\frac{x^{2\left(-\frac{3}{2}\right)}}{x^{\frac{4}{3}\left(-\frac{3}{2}\right)}}=\frac{x^{-3}}{x^{-2}}=x^{-3+2}=$

$=x^{-1}=\frac{1}{x}$

Если x=0,008, то $\frac{1}{x}=\frac{1}{0{,}008}$ =125.

б) $\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^{-1}}}\right)^{\frac{3}{4}}=\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{4}}=\frac{(x^{\frac{-3+2}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{3-2}{6}})^{\frac{3}{4}}}=\frac{(x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}=$

$=\frac{x^{-\frac{1\cdot3}{6\cdot4}}}{x^{\frac{1\cdot3}{6\cdot4}}}=x^{-\frac{1}{8}}:x^{\frac{1}{8}}=x^{-\frac{1}{8}-\frac{1}{8}}=x^{-\frac{1}{4}}.$

Если x=0,0625, то $x^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{x}}=\frac{1}{\sqrt[4]{(0{,}5)^4}}=\frac{1}{0{,}5}$ =2.

685.

а) $\begin{cases}x_1=8\\y_1=4\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=8\\y_2=-4\end{cases}$

б) $\begin{cases}x_1=1\\y_1=27\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=1\\y_2=-27\end{cases}$

686.

а) xy= $t^{-\frac{1}{2}}\cdot t^{\frac{1}{2}}=t^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=t^0=1$; xy=1.

б) x= $t^{\frac{2}{3}}=(t^{\frac{1}{3}})^2$ =y^2; x=y^2.

в) x= $t^{\frac{1}{2}}$; x^2=($t^{\frac{1}{2}}$)^2=t=($t^{\frac{1}{3}}$)^3=y^3; x^3=y^3.

687.

а) $a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})-(a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}=$

$=a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}-(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\cdot(b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}=$

$=a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}=a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}.$

б) $(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{4}})+(y^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}=(x^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{4}})^2+y^{\frac{1}{2}}=$

$=x-y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=x.$

688.

а) $2a^{-0,5}-3a=a^{-0,5}(2a^{-0,5+0,5}-3a^{1+0,5})=a^{-0,5}(2-3a^{1,5}).$

б) $3a^{-0,5}+5a^{0,5}=a^{-0,5}(3a^{-0,5+0,5}+5a^{0,5+0,5})=a^{-0,5}(3+5a).$

в) $6a-1=a^{-0,5}(6a^{1+0,5}-a^{-0,5})=a^{-0,5}(6a^{1,5}-a^{-0,5}).$

689.

а) $x^{\frac{2}{3}}-4=x^{\frac{1}{3}\cdot 2}-2^3=(x^{\frac{1}{3}})^2-2^2=(x^{\frac{1}{3}}-2)(x^{\frac{1}{3}}+2).$

б) $a^{\frac{4}{3}}-5=(a^{\frac{2}{3}})^2-(5^{\frac{1}{2}})^2=(a^{\frac{2}{3}}-\sqrt{5})(a^{\frac{2}{3}}+\sqrt{5}).$

в) $m^{\frac{1}{2}}-25=m^{\frac{1}{4}\cdot 2}-5^2=(m^{\frac{1}{4}})^2-5^2=(m^{\frac{1}{4}}-5)(m^{\frac{1}{4}}+5).$

г) $3-2x^{\frac{1}{3}}=(3^{\frac{1}{2}})^2-(2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}})^2=(\sqrt{3}-\sqrt{2}\,x^{\frac{1}{6}})(\sqrt{3}+\sqrt{2}\,x^{\frac{1}{6}}).$

д) $c^{0,8}-x^{0,5}=(c^{0,4})^2-(x^{0,25})^2=(c^{0,4}-x^{0,25})(c^{0,4}+x^{0,25})$

е) $p-p^{0,6}=p^{\frac{1}{2}\cdot 2}-p^{0,3\cdot 2}=(p^{0,5})^2-(p^{0,3})^2=(p^{0,5}-p^{0,3})(p^{0,5}+p^{0,3}).$

690.

а) $a-8=a^{\frac{1}{3}\cdot 3}-2^3=(a^{\frac{1}{3}})^3-2^3=(a^{\frac{1}{3}}-2)(a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}+4).$

б) $1+27b=1^3+3^3b^{\frac{1}{3}\cdot 3}=1^3+(3b^{\frac{1}{3}})^3=(1+3b^{\frac{1}{3}})(1-3b^{\frac{1}{3}}+9b^{\frac{2}{3}}).$

в) $a^{0,6}-b^{0,6}=(a^{0,2})^3-(b^{0,2})^3=(a^{0,2}-b^{0,2})(a^{0,4}+a^{0,2}\,b^{0,2}+b^{0,4}).$

г) $x^{0,9}+125=x^{0,3\cdot 3}+5^3=(x^{0,3})^3+5^3=(x^{0,3}+5)(x^{0,6}-5x^{0,3}+25).$

691.

а) $\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-y=\sqrt{x}-\sqrt{y}+(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2=(\sqrt{x}-\sqrt{y})+$

$+(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})=(\sqrt{x}-\sqrt{y})(1+\sqrt{x}+\sqrt{y});$

б) $\sqrt{a}+a+\sqrt{b}-b=(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=(\sqrt{a}+\sqrt{b})+$

$+(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(1+\sqrt{a}-\sqrt{b});$

в) $x^{\frac{3}{2}}+4x^{\frac{3}{4}}+4=(x^{\frac{3}{4}})^2+2\cdot 2x^{\frac{3}{4}}+2^2=(x^{\frac{3}{4}}+2)^2;$

г)

$x-2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+a=x^{\frac{1}{2}\cdot 2}-2x^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}\cdot 2}=(x^{\frac{1}{2}})^2-2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+(a^{\frac{1}{2}})^2=(x^{\frac{1}{2}}-$

$a^{\frac{1}{2}})^2;$

д) $x+2x^{\frac{1}{2}}-8=(x^{\frac{1}{2}})^2+2x^{\frac{1}{2}}+1-9=(x^{\frac{1}{2}}+1)^2-3^2=$

$=(x^{\frac{1}{2}}+1-3)(x^{\frac{1}{2}}+1+3)=(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+4);$

е) $6x^{-\frac{1}{2}}-5x^{-\frac{1}{4}}+1=6x^{-\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{4}}-2x^{-\frac{1}{4}}+1=$

$=3x^{-\frac{1}{4}}(2x^{-\frac{1}{4}}-1)-(2x^{-\frac{1}{4}}-1)=(3x^{-\frac{1}{4}}-1)(2x^{-\frac{1}{4}}-1).$

692.

При $x=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$; $y=\dfrac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}$

$$\frac{xy}{x+y}=\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right):\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right);$$

1) $$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}=\frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}\cdot 2}-b^{\frac{1}{2}\cdot 2}}=\frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a-b};$$

2) $$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})+b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=$$

$= \dfrac{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + b}{a-b} = \dfrac{a+b}{a-b}$;

3) $\dfrac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a-b} : \dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \dfrac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a+b}$.

693.

а) Положим, $c^{\frac{1}{2}} = y$; $18y^2+3y-10=0$;

$D=3^2-4\cdot 18\cdot(-10)=729$; $y=\dfrac{-3+\sqrt{729}}{36}=\dfrac{2}{3}$ или $y=\dfrac{-3-\sqrt{729}}{36}=-\dfrac{5}{6}<0$, — корней нет, т.к. $c^{\frac{1}{2}}$ должно быть неотрицательным числом; $c^{\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{3}$; $c=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{2^2}{3^2}=\dfrac{4}{9}$.

б) Положим, $x^{-\frac{1}{2}} = y$; $21y^2-6y-15=0$;

$D=6^2-4\cdot 21\cdot(-15)=1296$;

$y=\dfrac{6+\sqrt{1296}}{42}=1$ или $y=\dfrac{6-\sqrt{1296}}{42}=-\dfrac{5}{7}<0$, — корней нет, так как $x^{-\frac{1}{2}}$ должно быть неотрицательным числом; $x^{-\frac{1}{2}}=1$; $x=1$.

в) Положим, $y^{\frac{1}{3}} = v$; $3v^2+5v-2=0$;

$D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49$;

$v_1=\dfrac{-5+\sqrt{49}}{6}=\dfrac{1}{3}$ или $v_2=\dfrac{-5-\sqrt{49}}{6}=-2$, — корней нет;

$y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{1}{27}$.

г) Положим, $a^{-\frac{1}{3}} = y$; $2y^2-7y+3=0$;

$D=7^2-4\cdot 2\cdot 3=25$;

$y_1=\dfrac{7+\sqrt{25}}{4}=3$ или $y_2=\dfrac{7-\sqrt{25}}{4}=\dfrac{1}{2}$;

$a_1=3^{-3}$ или $a_2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$; $a=\dfrac{1}{27}$, $a=8$.

694.

а) $v=\dfrac{1}{t^{\frac{2}{3}}}+1=\dfrac{1+t^{\frac{2}{3}}}{t^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{u}{t^{\frac{2}{3}}}$; $t^{\frac{2}{3}}=u-1$, следовательно, $v=\dfrac{u}{u-1}$;

$v(u-1)=u$; $vu-v=u$; $vu=u+v$;

б) $u^4=t+2$; $v^4=2-t$; $u^4+v^4=4$.

695.

а) 1) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{3}}}\cdot\dfrac{m^{\frac{5}{6}}+m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{2}}}{m-n}=\dfrac{(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})\cdot m^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}{m^{\frac{1}{3}}\cdot(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}=1$

2) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}-1=\dfrac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}=$

$=\dfrac{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-1)}{n^{\frac{1}{6}}m^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-1)}=m^{\frac{1}{6}}\cdot n^{\frac{1}{6}}$.

б) 1) $\dfrac{x^{\frac{1}{6}}-x^{\frac{1}{3}}}{1+x}+\dfrac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\dfrac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{(1+x^{\frac{1}{3}})(1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})}=$

$=\dfrac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\dfrac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{1^3+(x^{\frac{1}{3}})^3}=\dfrac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{2\cdot\frac{1}{6}}+x^{\frac{1}{6}})}{1+x}=\dfrac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}$;

2) $\dfrac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}\cdot\dfrac{1+x}{1-x}=\dfrac{1-x^{\frac{1}{2}}}{(1-x^{\frac{1}{2}})(1+x^{\frac{1}{2}})}=\dfrac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}}$.

696.

$$\frac{(a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}}-(a-b)^{\frac{1}{2}}}=\frac{((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})}{((a+b)^{\frac{1}{2}}-(a-b)^{\frac{1}{2}}((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})}=$$

$$=\frac{a+b+2(a+b)^{\frac{1}{2}}(a-b)^{\frac{1}{2}}+a-b}{((a+b)^{\frac{1}{2}})^2-((a-b)^{\frac{1}{2}})^2}=\frac{2a+2\sqrt{(a+b)(a-b)}}{a+b-a+b}=$$

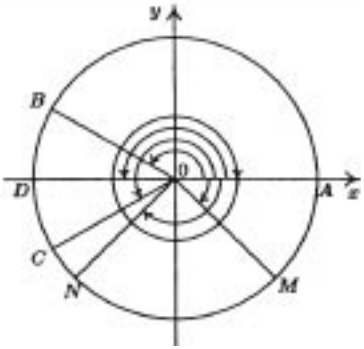
$$=\frac{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}{2b}=\frac{2(a+\sqrt{a^2-b^2})}{2b}=\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}.$$

Если $b=\frac{4a}{5}$ и $a>0$, то $\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}=\frac{a+\sqrt{a^2-\frac{16a^2}{25}}}{\frac{4a}{5}}=$

$$=\frac{5(a+\sqrt{\frac{25a^2-16a^2}{25}})}{4a}=\frac{5(a+\sqrt{\frac{9a^2}{25}})}{4a}=\frac{5(a+\frac{3a}{5})}{4a}=\frac{5(5a+3a)}{4a\cdot 5}=$$

$$=\frac{5\cdot 8a}{4a\cdot 5}=\frac{8a}{4a}=2.$$

697.



$\angle AOB=150°$;
$\angle AOD=210°$;
$\angle AOC=540°$;
$\angle AON=-45°$;
$\angle AOL=-135°$.

698.

$A \to B=400°$;

$A \to C=-210°$;

$A \to D=240°$.

699.

а) $\alpha=282°$; $270°<282°<360°$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

б) $\alpha=190°$; $180°<190°<270°$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

в) $\alpha=100°$; $90°<100°<180°$, значит, $\alpha \in$ II четверти.

г) $\alpha=-20°$; $270°<-20°<360°$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

д) $\alpha=-110°$; $180°<-110°<270°$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

е) $\alpha=4200°$; $4200°=360°\cdot 11+240°$; $180°<240°<270°$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

700.

а) $\alpha=179°$; $90°<179°<180°$, значит, $\alpha \in$ II четверти.

б) $\alpha=325°$; $270°<325°<360°$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

в) $\alpha=-150°$; $180°<-150°<270°$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

г) $\alpha=-10°$; $270°<-10°<360°$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

д) $\alpha=800°$; $800°=360°\cdot 2+80°$; $0°<80°<90°$, значит, $\alpha \in$ I четверти.

е) $\alpha=10000°$; $10000°=360°\cdot 27+280°$; $270°<280°<360°$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

701.

а) $770°=2\cdot360°+50°$; $-310°=-360+50°$.

б) $480°=360°+120°$; $1560°=4\cdot360°+120°$; $-240^{o}=-360^{o}+120^{o}$.

702.

а) $420°=360°+60°$; $\alpha=60°$;

б) $-210°=-360+150°$; $\alpha=150°$;

в) $-700°=-2\cdot360°+20°$; $\alpha=20°$.

703.

$\sin35°=\frac{y}{R}\approx\frac{1,75}{3}\approx0,58$;

$\cos35°=\frac{x}{R}\approx\frac{2,45}{3}\approx0,82$; $\operatorname{tg}35°=\frac{\sin35^{\circ}}{\cos35^{\circ}}=\frac{y}{x}\approx\frac{1,75}{2,45}\approx0,71$;

$\operatorname{ctg}35°=\frac{x}{y}\approx1,4$.

$\sin160°=\frac{y}{R}\approx\frac{1,1}{3}\approx0,37$;

$\cos160°=\frac{x}{R}\approx\frac{-2,8}{3}\approx-0,93$; $\operatorname{tg}160°=\frac{y}{x}\approx\frac{1,1}{-2,8}\approx-0,39$;

$\operatorname{ctg}160°=\frac{x}{y}\approx\frac{-2,8}{1,1}\approx-2,55$.

$\sin230°=\frac{y}{R}\approx\frac{-2,25}{3}\approx-0,75$; $\cos230°=\frac{x}{R}\approx-\frac{1,95}{3}\approx-0,65$;

$\operatorname{tg}230°=\frac{y}{R}\approx\frac{-2,25}{-1,95}\approx1,15$; $\operatorname{ctg}230°=\frac{x}{R}\approx\frac{-1,95}{-2,25}\approx0,87$;

$\sin(-75°)=\frac{y}{x}\approx\frac{-2,9}{3}\approx-0,97$;

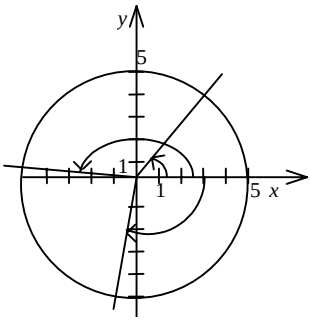
$\cos(-75°)=\frac{x}{R}\approx\frac{0,8}{3}\approx0,27$; $\operatorname{tg}(-75°)=\frac{y}{x}\approx\frac{-2,9}{0,8}\approx-3,625$;

$\operatorname{ctg}(-75°)=\frac{x}{y}\approx\frac{0,8}{-2,9}\approx-0,28$.

704.

$\sin\alpha=\frac{y}{R}$; $\cos\alpha=\frac{x}{R}$;

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$.



1) $\sin 50°=\frac{y}{R}\approx\frac{4}{5}=0{,}8$;

$\cos 50°=\frac{x}{R}\approx\frac{3}{5}=0{,}6$;

$\operatorname{tg}50°=\frac{y}{x}=\frac{4}{3}\approx 1{,}33$;

$\operatorname{ctg}50°=\frac{x}{y}\approx\frac{3}{4}\approx 0{,}75$.

2) $\sin 175°=\frac{y}{R}\approx\frac{0{,}7}{5}=0{,}14$;

$\cos 175°=\frac{x}{R}\approx\frac{-5}{5}=-1$;

$\operatorname{tg}175°=\frac{y}{x}=\frac{0{,}7}{-5}=-0{,}14$;

$\operatorname{ctg}50°=\frac{x}{y}\approx\frac{-5}{0{,}7}\approx -7{,}14$.

3) $\sin(-100°)=\frac{y}{R}\approx\frac{-5}{5}=-1$;

$\cos(-100°)=\frac{x}{R}\approx\frac{-1}{5}=-0{,}2$;

$\operatorname{tg}(-100°)=\frac{y}{x}=\frac{-5}{-1}=5$;

$\operatorname{ctg}(-100°)=\frac{x}{y}\approx\frac{-1}{-5}=0{,}2$.

705.

а) $2\cos 60°+\sqrt{3}\cos 30°=2\cdot\frac{1}{2}+\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1+\frac{3}{2}=2\frac{1}{2}$.

б) $5\sin 30°-\operatorname{ctg}45°=5\cdot\frac{1}{2}-1=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$.

в) $2\sin 30°+6\cos 60°-4\operatorname{tg}45°=2\cdot\frac{1}{2}+6\cdot\frac{1}{2}-4\cdot 1=1+3-4=4-4=0$.

г) $3\operatorname{tg}45°\cdot\operatorname{tg}60°=3\cdot 1\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

д) $4\operatorname{tg}60°\cdot\sin 60°=4\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2(\sqrt{3})^2=2\cdot 3=6$.

е) $12\sin 60°\cdot\cos 60°=12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{12\cdot\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}$.

706.

а) $2\sin 60°\cdot \operatorname{ctg}60°=2\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{(\sqrt{3})^2}{3}=\frac{3}{3}=1.$

б) $2\sin 45°-4\cos 30°=2\cdot \frac{\sqrt{2}}{2}-4\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{2}-2\sqrt{3}.$

в) $7\operatorname{tg}30°\cdot \operatorname{ctg}30°=7\cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot \sqrt{3}=7\cdot \frac{(\sqrt{3})^2}{3}=7:\frac{3}{3}=7.$

г) $6\operatorname{ctg}60°-2\sin 60°=6\cdot \frac{\sqrt{3}}{3}-2\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}.$

707.

а) $\sin\alpha=1$; $\alpha=90°$; $\alpha=90°+360°=450°$; $\alpha=450°+360°=810°$; $\alpha=810°+360°=1170°$;…

б) $\cos\alpha=-1$; $\alpha=180°$; $\alpha=180°+360°=540°$; $\alpha=540°+360°=900°$; $\alpha=900°+360°=1260°$;...

в) $\sin\alpha=0$; $\alpha=0°$; $\alpha=0°+360°=360°$; $\alpha=360°+360°=720°$; $\alpha=720°+360°=1080°$;...

г) $\operatorname{tg}\alpha=0$; $\alpha=0°$; 180°; 360°;...

708.

а) $\sin\beta=-1$; $\beta=-90°$; $\beta=-90°+360°=270°$; $\beta=270°+360°=630°$;

б) $\cos\beta=1$; $\beta=0°$; $\beta=0°+360°=360°$; $\beta=360°+360°=720°$;

в) $\cos\beta=0$; $\beta=90°$; $\beta=90°+360°=450°$; $\beta=450°+360°=810°$;

г) $\operatorname{ctg}\beta=0$; $\beta=90°$; $\beta=450°$; $\beta=270°$.

709.

а) Так как $-1\le\sin\alpha\le 1$, то $0\le 1+\sin\alpha\le 2$;

б) Так как $1\le\cos\alpha\le 1$, то $1\le 2-\cos\alpha\le 3$.

710.

а) Так как $-1\le\sin\alpha\le 1$, то $0\le 1-\sin\alpha\le 2$;

б) Так как $-1\le\cos\alpha\le 1$, то $1\le 2+\cos\alpha\le 3$.

711.

а) $\alpha=90°; 450°; 270°; 810°;$

б) $\alpha=0°; 360°; 180°; 540°.$

712.

а) не может, так как $\sqrt{2}>1$;

б) может, так как $\frac{1}{\sqrt{2}}<1$;

в) не может, так как $\frac{1+\sqrt{3}}{2}>1$;

г) может, так как $\frac{1-\sqrt{3}}{2}<1$.

713.

а) $2\cos0°-4\sin90°+5\operatorname{tg}180°=2\cdot1-4\cdot1+5\cdot0=2-4+0=-2.$

б) $2\operatorname{ctg}90°-3\cos270°+5\sin0°=2\cdot0-3\cdot0+5\cdot0=0.$

в) $\operatorname{tg}360°-\frac{3}{4}\sin270°-\frac{1}{4}\cos180°=0-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{1}{4}\cdot(-1)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1.$

714.

а) $\sin0°+2\cos60°=0+2\cdot\frac{1}{2}=1.$

б) $\operatorname{tg}60°\sin60\cdot\operatorname{ctg}30°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}.$

в) $4\sin90°-3\cos180°=4\cdot1-3\cdot(-1)=4+3=7.$

г) $3\operatorname{ctg}90°-3\sin270°=3\cdot0-3\cdot(-1)=3.$

715.

а) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin0°+\cos0°=0+1=1.$

б) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin45°+\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}.$

в) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin90°+\cos90°=1+0=1.$

г) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin180°+\cos180°=0+(-1)=-1.$

716.

а) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos30°+\cos45°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}.$

б) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos60°+\cos90°=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}.$

в) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos180°+\cos270°=-1+0=-1.$

717.

а) $\sin 30° + \sin 2\cdot 30° + 3\sin 3\cdot 30° = \sin 30° + \sin 60° + \sin 90° =$

$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{1 + \sqrt{3} + 2}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$

б) $\operatorname{tg} 45° + \operatorname{tg} 30° = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}.$

718.

1) $\frac{a^{0,5} + b^{0,5}}{a^{0,5}} - \frac{b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} = \frac{(a^{0,5} + b^{0,5})(a^{0,5} + b^{0,5}) - b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} =$

$= \frac{a + 2a^{0,5}b^{0,5} + b - b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})};$

2) $\frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a^{0,5}} : \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5})^3 (b^{0,5})^3}{a^{0,5}} :$

$: \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5} - b^{0,5})(a + a^{0,5}b^{0,5} + b) \cdot a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})}{a^{0,5}(a + a^{0,5}b^{0,5} + b)} =$

$= (a^{0,5})^2 - (b^{0,5})^2 = a - b.$

719.

а) $\begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2 + 3—}{2}, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{2 + 3—}{2}, \\ \frac{(2 + 3y)^2}{4} + y^2 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2 + 3y}{2}, \\ (2 + 3y)^2 + 4y^2 = 80; \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{2 + 3y}{2} \\ 4 + 12y + 9y^2 + 4y^2 = 80 \end{cases}$

$13y^2 + 12y - 76 = 0;$

$D = 12^2 - 4\cdot 13\cdot(-76) = 4096 > 0;$

следовательно, прямая и окружность пересекаются в двух точках;

б) $\begin{cases} x+7y=50, \\ x^2+y^2=50; \end{cases} \begin{cases} x=50-7y, \\ (50-7y)^2+y^2=50; \end{cases}$

$$\begin{cases} x=50-7y \\ 2500-700y+49y^2+y^2=50 \end{cases}$$

Решим уравнение: $y^2-14y+49=0$;

$D=14^2-4\cdot 49=196-196=0$;

Следовательно, прямая и окружность имеют одну точку пересечения, т.е. прямая касается окружности.

720.

а) $\dfrac{27^{\frac{2}{3}}-16^{\frac{3}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}}=\dfrac{((3^3)^{\frac{2}{3}}-(2^4)^{\frac{3}{4}})}{(3^4)^{-\frac{1}{4}}}=\dfrac{3^2-2^3}{3^{-1}}=(9-8)\cdot 3=3;$

б) $\dfrac{8^{\frac{2}{3}}-32^{\frac{1}{5}}}{125^{-\frac{1}{3}}}=\dfrac{((2^3)^{\frac{2}{3}}-(2^5)^{\frac{1}{5}})}{(5^3)^{-\frac{1}{3}}}=\dfrac{2^2-2^1}{5^{-1}}=(4-2)\cdot 5=10.$

721.

а) $\alpha=48°$; так как $0°<\alpha<90°$, то $\alpha\in$ I четверти, поэтому $\sin\alpha>0$; $\cos\alpha>0$; $\operatorname{tg}\alpha>0$; $\operatorname{ctg}\alpha>0$.

б) $\alpha=137°$; так как $90°<\alpha<180°$; $\alpha\in$ II четверти, поэтому $\sin\alpha>0$; $\cos\alpha<0$; $\operatorname{tg}\alpha<0$; $\operatorname{ctg}\alpha<0$.

в) $\alpha=200°$; так как $180°<\alpha<270°$; $\alpha\in$ III четверти, поэтому $\sin\alpha<0$; $\cos\alpha<0$; $\operatorname{tg}\alpha>0$; $\operatorname{ctg}\alpha>0$.

г) $\alpha=306°$; так как $270°$; $270°<\alpha<360°$; $\alpha\in$ IV четверти, поэтому $\sin\alpha<0$; $\cos\alpha>0$; $\operatorname{tg}\alpha<0$; $\operatorname{ctg}\alpha<0$.

722.

а) Так как $90°<179°<180°$, то $\alpha=179°\in$ II четверти, поэтому $\sin 179>0$.

б) Так как $270°<280°<360°$, то $\alpha=280°\in$ IV четверти, поэтому $\cos 280°>0$.

в) Так как $90°<175°<180°$, то $\alpha=175°\in$ II четверти, поэтому $\operatorname{tg}175°<0$.

г) Так как $270°<359°<360°$, то $\alpha=359°\in$ IV четверти, поэтому $ctg359°<0$.

д) Так как $\cos 410°=\cos(360°+50°)=\cos 50°$, то $0°<50°<90°$; $\alpha=50°\in$ I четверти, поэтому $\cos 410°>0$.

е) Так как $tg500°=tg(360°+140°)=tg140°$, то $90°<140°<180°$; $\alpha=140°\in$ II четверти, поэтому $tg500°<0$.

ж) Так как $\sin(-75°)=\sin(360°-75°)=\sin 285°$, то $270°<285°<360°$; $\alpha\in$ IV четверти, поэтому $\sin(-75°)<0$;

з) Так как $\cos(-116°)=\cos(360°-116°)=\cos 244°$, то $180°<244°<270°$; $\alpha\in$ III четверти, поэтому $\cos(-116°)<0$.

723.

а) Так как $270°<315°<360°$, то $\alpha=315°\in$ IV четверти, следовательно, $\cos 315°>0$.

б) Так как $90°<109°<180°$, то $\alpha=109°\in$ II четверти, следовательно, $\sin 109°>0$.

в) Так как $90°<145°<180°$, то $\alpha=145°\in$ II четверти, следовательно, $tg145°<0$.

г) Так как $270°<288°<360°$, то $\alpha=288°\in$ IV четверти, следовательно, $ctg288°<0$.

д) Так как $\cos(-25°)=\cos(360°-25°)=\cos 335°$; $270°<335°<360°$; $\alpha\in$ IV четверти, следовательно, $\cos(-25°)>0$.

е) Так как $tg(-10°)=tg(360°-10°)=tg350°$; $270°<350°<360°$; $\alpha\in$ IV четверти, следовательно, $tg(-10°)<0$.

724.

а) $\sin\alpha>0$ в I и II четверти $\cos\alpha>0$ в I и IV четверти, поэтому $\alpha\in$ I четверти.

б) $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha>0$ в I и II четверти, поэтому $\alpha\in$ IV четверти.

в) $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha>0$ во II и III четверти, поэтому $\alpha\in$ III четверти.

г) $\sin\alpha>0$ в I и II четверти, $tg\alpha<0$ в I и III четверти, поэтому $\alpha\in$ I четверти.

д) $tg\alpha<0$ в II и IV четверти, $\cos\alpha>0$ во I и IV четверти, поэтому $\alpha\in$ IV четверти.

е) $\operatorname{ctg}\alpha>0$ в I и III четверти, $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, поэтому $\alpha\in$ III четверти.

725.

а) $90°<100°<180°$, $\sin100°>0$; $270°<300°<360°$; $\sin100°>0$, $\cos300°>0$; $\sin100°\cdot\cos300°>0$

б) $180°<190°<270°$, $\sin190°<0$; $180°<200°<270°$; $\sin190°<0$, $\operatorname{tg}200°>0$; $\sin190°\cdot\operatorname{tg}200°<0$

в) $270°<320°<360°$, $\cos320°>0$; $0°<17°<90°$;$\cos320°>0$, $\operatorname{ctg}17°>0$; $\cos320°\cdot\operatorname{ctg}17°>0$

г) $90°<170°<180°$, $\operatorname{tg}170°<0$; $400°=360°+40°$, $0°<40°<90°$; $\operatorname{tg}170°<0$, $\cos400°>0$; $\operatorname{tg}170°\cdot\cos400°<0$

726.

а) в I и III четвертях;

б) в I; II; III; IV четвертях;

в) в I; II четвертях.

727.

а) $\sin(-30°)=-\sin30°=-\frac{1}{2}$.

б) $\cos(-60°)=-\cos60°=\frac{1}{2}$.

в) $\operatorname{tg}(-45°)=-\operatorname{tg}45°=-1$.

г) $\operatorname{ctg}(-30°)=-\operatorname{ctg}30°=-\sqrt{3}$

д) $\cos(-90°)=\cos90°=0$

е) $\sin(-45°)=-\sin45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

728.

а) $\sin(-60°)=-\sin60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) $\cos(-60°)=\cos60°=-1$.

в) $\sin(-90°)=-\sin90°=-1$.

г) $\operatorname{ctg}(-45°)=\operatorname{ctg}45°=-1$.

729.

а) $\sin750°=\sin(2\cdot360°+30°)=\sin30°=\frac{1}{2}$;

$\cos750°=\cos(2\cdot360°+30°)=\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\operatorname{tg}750°=\operatorname{tg}(2\cdot360°+30°)=\operatorname{tg}30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$;

$\operatorname{ctg}750°=\operatorname{ctg}(2\cdot360°+30°)=\operatorname{ctg}30°=\sqrt{3}$;

б) $\sin810°=\sin(2\cdot360°+90°)=\sin90°=1$;

$\cos810°=\cos(2\cdot360°+90°)=\cos90°=0$;

$\operatorname{tg}810°=\operatorname{tg}(2\cdot360°+90°)=\operatorname{tg}90°$ — не существует;

$\operatorname{ctg}810°=\operatorname{ctg}(2\cdot360°+90°)=\operatorname{ctg}90°=0$.

в) $\sin1260°=\sin(2\cdot360°+180°)=\sin180°=0$;

$\cos1260°=\cos(2\cdot360°+180°)=\cos180°=-1$;

$\operatorname{tg}1260°=\operatorname{tg}(2\cdot360°+180°)=\operatorname{tg}180°=0$;

$\operatorname{ctg}1260°=\operatorname{ctg}(2\cdot360°+180°)=\operatorname{ctg}180°$ — не существует.

730.

а) $\sin390°=\sin(30°+360°)=\sin30°=\frac{1}{2}$;

б) $\cos420°=\cos(60°+360°)=\cos60°=\frac{1}{2}$;

в) $\operatorname{tg}540°=\operatorname{tg}(180°+360°)=\operatorname{tg}180°=0$;

г) $\operatorname{ctg}450°=\operatorname{ctg}(90°+360°)=\operatorname{ctg}90°=0$.

731.

а) $\sin405°=\sin(45°+360°)=\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos720°=\cos(45°+360°)=\cos360°=\cos0°=1$;

в) $\operatorname{tg}390°=\operatorname{tg}(30°+360°)=\operatorname{tg}30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\operatorname{ctg}630°=\operatorname{ctg}(270°+360°)=\operatorname{ctg}270°=0$.

732.

а) $\sin(-720)°=-\sin720°=-\sin(2\cdot360°+0°)=-\sin0°=0$;

б) $\cos(-405)°=\cos405°=\cos(45°+360°)=\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\cos(-780)°=\cos780°=\cos(2\cdot360°+60°)=\cos60°=\frac{1}{2}$;

г) $\operatorname{ctg}(-1110)°=-\operatorname{ctg}1110°=-\operatorname{ctg}(3\cdot360°+30°)=-\operatorname{ctg}30°=\sqrt{3}$.

733.

а) $\operatorname{tg}(-900°)=-\operatorname{tg}(2\cdot360°+180°)=-\operatorname{tg}180°=0$;

б) $\operatorname{ctg}(-780°)=-\operatorname{ctg}780°=-\operatorname{ctg}(2\cdot360°+60°)=-\operatorname{ctg}60°=-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\sin(-1125°)=-\sin1125°=-\sin(3\cdot360°+45°)=-\sin45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

734.

$$\frac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}-y^{-1}}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}\cdot\frac{xy}{y-x}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=$$

$$=\frac{(y-x)(y+x)\cdot xy}{(y-x)(x+y)}=xy.$$

При $x=-0,12$; $y=-0,5$ $xy=-0,12\cdot0,5=-0,06$.

735.

а) $x^2-x-56<0$. Найдем корни уравнения $x^2-x-56=0$;

$D=1-4\cdot(-56)=225$;

$x=\frac{1+\sqrt{225}}{2}=8$ или $x=\frac{1-\sqrt{225}}{2}=-7$;

$x^2-x-56=(x-8)(x+7)<0$. (−7; 8)

б) $3x^2-29x-10>0$. Найдем корни уравнение $3x^2-29x-10=0$;

$D=29^2-4\cdot3\cdot(-10)=961$;

$x=\frac{29+31}{6}=10$ или $x=\frac{29-31}{6}=-\frac{1}{3}$;

$3x^2-29x-10=3(x-10)(x+\frac{1}{3})>0$. $(-\infty;-\frac{1}{3})\cup(10;+\infty)$

в) $4x^2\le-1$; $4x^2+1\le0$.

Оба слагаемых неотрицательны, поэтому решений нет.

г) $\frac{1}{4}-x+x^2>0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2>0$; $x\ne\frac{1}{2}$.

736.

а) $0,5=\frac{180°}{\pi}\cdot0,5=\frac{90°}{\pi}\approx29°$.

б) $10=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot 10=\frac{1800^\circ}{\pi}\approx 573^\circ$.

в) $\frac{\pi}{5}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{\pi}{5}=36^\circ$.

г) $\frac{\pi}{9}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{\pi}{9}=20^\circ$.

д) $\frac{3\pi}{4}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{3\pi}{4}=135^\circ$.

е) $-\frac{5\pi}{6}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=-150^\circ$.

ж) $-\frac{9\pi}{2}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\left(\frac{9\pi}{2}\right)=-810^\circ$.

з) $\frac{1}{2}\pi=-\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\pi=2160^\circ$.

737.

а) $0{,}2=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot 0{,}2=\frac{36^\circ}{\pi}\approx 11^\circ$.

б) $3{,}1=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot 3{,}1\approx 178^\circ$.

в) $\frac{5\pi}{2}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{5\pi}{2}=450^\circ$.

г) $-\frac{3\pi}{2}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-270^\circ$.

д) $-\frac{\pi}{3}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\left(\frac{\pi}{3}\right)=-60^\circ$.

е) $\frac{5\pi}{4}=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{5\pi}{4}=225^\circ$.

738.

а) $135^\circ=\frac{\pi}{180}\cdot 135^\circ=\frac{3\pi}{4}$.

б) $210^\circ=\frac{\pi}{180}\cdot 210=\frac{7\pi}{6}$.

в) $36^\circ=\frac{\pi}{180}\cdot 36=\frac{\pi}{5}$.

г) $150°=\frac{\pi}{180}\cdot 150=\frac{5\pi}{6}$.

д) $240°=\frac{\pi}{180}\cdot 240=\frac{4\pi}{3}$.

е) $300°=\frac{\pi}{180}\cdot 300=\frac{5\pi}{4}$.

ж) $-120°=\frac{\pi}{180}\cdot(-120)=-\frac{2\pi}{3}$.

з) $-225°=\frac{\pi}{180}\cdot(-225)=\frac{5\pi}{4}$.

739.

а) $\alpha=10°=\frac{\pi}{180}\cdot 10=\frac{\pi}{18}$.

б) $\alpha=18°=\frac{\pi}{180}\cdot 18=\frac{\pi}{10}$.

в) $\alpha=54°=\frac{\pi}{180}\cdot 54=\frac{3\pi}{10}$.

г) $\alpha=200°=\frac{\pi}{180}\cdot 200=\frac{10\pi}{9}$.

д) $\alpha=225°=\frac{\pi}{180}\cdot 225=\frac{5\pi}{4}$.

е) $\alpha=390°=\frac{\pi}{180}\cdot 390=\frac{13\pi}{6}$.

ж) $\alpha=-45°=\frac{45\pi}{180}\cdot(-45)=-\frac{\pi}{4}$.

з) $\alpha=-60°=\frac{\pi}{180}\cdot(-60)=-\frac{\pi}{3}$.

740.

а) $\alpha=\frac{5\pi}{6}$; $\beta=\pi-\frac{5\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$.

б) $\alpha=\frac{11\pi}{12}$; $\beta=\pi-\frac{11\pi}{12}=\frac{\pi}{12}$.

в) $\alpha=0{,}3\pi$; $\beta=\pi-0{,}3\pi=0{,}7\pi$.

741.

В равнобедренном прямоугольном треугольнике углы равны 90°; 45°; 45°; $90°=90\cdot\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{2}$; $45°=45\cdot\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{4}$.

742.

а) $\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{4}<\pi$, поэтому $\frac{3\pi}{4}\in$ II четверти.

б) $\frac{3\pi}{2}<1{,}8\pi<2\pi$, поэтому $1{,}8\pi\in$ IV четверти.

в) $\frac{\pi}{2}<0{,}6\pi<\pi$, поэтому $0{,}6\pi\in$ II четверти.

г) $0<\frac{1\cdot180}{\pi}<\frac{\pi}{2}$, поэтому $1\in$ I четверти.

743.

а) Так как $\frac{\pi}{2}<\frac{5\pi}{6}<\pi$; $\frac{5\pi}{6}\in$ II четверти $\Rightarrow \sin\frac{5\pi}{6}>0$.

б) Так как $\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{4}<\pi$; $\frac{3\pi}{4}\in$ II четверти $\Rightarrow \cos\frac{3\pi}{4}<0$.

в) Так как $1\approx57°\in$ I четверти $\Rightarrow \sin1>0$.

г) Так как $0{,}9=\frac{9\cdot180°}{10\cdot\pi}\approx52°\in$ I четверти $\Rightarrow \cos0{,}9>0$.

д) Так как $0<\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{4}\in$ I четверти $\Rightarrow \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}>0$.

е) Так как $3=\frac{3\cdot180°}{\pi}\approx172°\in$ II четверти $\Rightarrow \operatorname{tg}3<0$.

ж) Так как $\frac{\pi}{2}<\frac{2\pi}{3}<\pi$; $\frac{2\pi}{3}\in$ II четверти $\Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{2\pi}{3}<0$.

з) Так как $0{,}2=\frac{1\cdot180°}{5\cdot\pi}\approx11°\in$ I четверти $\Rightarrow \operatorname{ctg}0{,}2>0$.

744.

а) $(0;\frac{\pi}{2})$ — I четверть $\Rightarrow \sin x>0$; $\cos x>0$; $\operatorname{tg} x>0$; $\operatorname{ctg} x>0$.

б) $(\frac{\pi}{2};\pi)$ — II четверть $\Rightarrow \sin x>0$; $\cos x<0$; $\operatorname{tg} x<0$; $\operatorname{ctg} x<0$.

в) $(\pi; \frac{3\pi}{2})$ — III четверть $\Rightarrow$ sinx<0; cos x <0; tg x>0; ctg$x$>0.

г) $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ — IV четверть $\Rightarrow$ sinx<0; cos x >0; tg x<0; ctg$x$<0.

745.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	–	0	–

746.

а) $2\sin\frac{\pi}{3}+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=2\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\sqrt{3}+1.$

б) $\cos\frac{\pi}{2}-\sin\frac{3\pi}{2}=0-(-1)=1.$

в) $\cos\pi-2\sin\frac{\pi}{6}=-1-2\cdot\frac{1}{2}=-1-1=-2.$

г) $2\cos\frac{\pi}{3}+\operatorname{tg}\pi=2\cdot\frac{1}{2}+0=1.$

747.

а) $2\sin\pi-2\cos\frac{3\pi}{2}+3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}=2\cdot0-2\cdot0+3\cdot1-0=3.$

б) $\sin(-\frac{\pi}{4})+3\cos\frac{\pi}{3}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}+\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}+3\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}=$

$=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3-\sqrt{2}}{2}.$

в) $2\sin\frac{\pi}{4}-3\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}+\operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{2}\right)-\operatorname{tg}\pi=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-3\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}+0=\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

г) $3\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2\sin\frac{\pi}{4}-3\operatorname{tg}0-2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}=-3\cdot1+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-3\cdot0-2\cdot1=\sqrt{2}-5.$

748.

а) $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{3}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$.

б) $\cos^2\frac{\pi}{6}-\cos^2\frac{\pi}{4}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$.

в) $\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}\ \sin\frac{\pi}{3}\ \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3}=(1)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

г) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\cos^2\frac{\pi}{6}\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{3\cdot2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

749.

а) $5\sin\frac{\pi}{2}+4\cos0-3\sin\frac{3\pi}{2}+\cos\pi=5\cdot1+4\cdot1-3\cdot(-1)+(-1)=11.$

б) $\sin(-\pi)-\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)+2\sin2\pi-\operatorname{tg}\pi=0-0+2\cdot0-0=0.$

в) $3-\sin^2\frac{\pi}{3}+2\cos^2\frac{\pi}{2}-5\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}=3-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+2\cdot0^2-5\cdot1^2=3-\frac{3}{4}-5=-2\frac{3}{4}$.

г) $3\sin^2\frac{\pi}{2}-4\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}-3\cos^2\frac{\pi}{6}+3\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{2}=3\cdot1^2-4\cdot1^2-3\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+3\cdot0=$

$=3-4-\frac{9}{4}=-3\frac{1}{4}$.

750.

а) $\sin2{,}5\pi=\sin(2\pi+0{,}5\pi)=\sin\frac{\pi}{2}=1.$

б) $\cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right)=\cos\frac{9\pi}{4}=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

в) $\operatorname{tg}\frac{13\pi}{6}=\operatorname{tg}(2\pi+\frac{\pi}{6})=\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

г) $\sin(-\frac{9\pi}{2})=\sin\frac{9\pi}{2}=-\sin(4\pi+\frac{\pi}{2})=-\sin\frac{\pi}{2}=-1$.

д) $\operatorname{ctg}\frac{13\pi}{3}=\operatorname{ctg}(4\pi+\frac{\pi}{3})=\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

е) $\operatorname{tg}(-\frac{17\pi}{4})=-\operatorname{tg}\frac{17\pi}{4}=-\operatorname{tg}(4\pi+\frac{\pi}{4})=-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=-1$.

751.

а) $\operatorname{ctg}\frac{7\pi}{3}=\operatorname{ctg}(2\pi+\frac{\pi}{3})=\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

б) $\cos\frac{17\pi}{4}=\cos(4\pi+\frac{\pi}{4})=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

в) $\sin(-\frac{25\pi}{6})=-\sin\frac{25\pi}{6}=-\sin(4\pi+\frac{\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$.

г) $\cos(-4{,}5\pi)=\cos 4{,}5\pi=\cos(4\pi+0{,}5\pi)=\cos 0{,}5\pi=0$.

753.

а) 1) $\frac{a-3}{a^2-3a+9}-\frac{6a-18}{a^3+27}=\frac{a-3}{a^2-3a+9}-\frac{6a-18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)(a+3)-6a+18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{a^2-6a-9+18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{a^2-6a+9}{(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{(a-3)^2}{a^3+27}$.

2)

$\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}:\frac{5a-15}{4a^3+108}=$

$\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}:\frac{5(a-3)}{4(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)^2\cdot 4(\bullet\ +3)(a^2-3a+9)}{(a+3)(a^2-3a+9)(a-3)\cdot 5}=\frac{4(a-3)}{5}$.

б) 1) $\frac{x-3}{x^3-64}+\frac{x-3}{x^2+4x+16}=$

$=\frac{x-3}{(x-4)(x^2+4x+16)}+\frac{x-3}{x^2+4x+16}=$

$=\frac{x-3+(x-3)(x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)}=\frac{(x-3)(1+x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)}=\frac{(x-3)^2}{x^3-64}$.

2) $\frac{x^2-6x+9}{(x-4)(x^2+4x+16)}\cdot\frac{2x^3-128}{3-x}=$

$=\frac{(3-x)^2\cdot 2(x-4)(x^2+4x+16)}{(3-x)(x-4)(x^2+4x+16)}=2(3-x)$.

754.

а) $6x-10x^2<0$; $x(3-5x)<0$;
$x(x-0{,}6)>0$.

$(-\infty;\ 0)\cup(0{,}6;\ \infty)$

б) $7x^2\le -2x$; $7x^2+2x\le 0$;

$x(x+\frac{2}{7})\le 0$.

$[-\frac{2}{7};\ 0]$

755.

а) $1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$.
б) $\sin^2\alpha-1=-(1-\sin^2\alpha)=-\cos^2\alpha$.
в) $\cos^2\alpha+(1-\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha$.
г) $\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha-1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-1=1+\cos^2\alpha-1=\cos^2\alpha$.
д) $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$.
е) $(\cos\alpha-1)(1+\cos\alpha)=\cos^2\alpha-1=-(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha$.

756.

а) $1-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=1-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=1-1=0$.
б) $\cos^2\alpha-(1-2\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha-1+2\sin^2\alpha=-\sin^2\alpha+2\sin^2\alpha=\sin^2\alpha$.

757.

а) $\sin\alpha\cos\alpha\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sin^2\alpha$.

б) $\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha-1=\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}-1=\cos^2\alpha-1=$

$=-(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha.$

в) $\sin^2\alpha-\mathrm{tg}\alpha\mathrm{ctg}\alpha=\sin^2\alpha-1=-(1-\sin^2\alpha)=-\cos^2\alpha.$

г) $\frac{1-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=1.$

д) $\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha-1}=\frac{\cos^2\alpha}{-(1-\cos^2\alpha)}=-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=-\mathrm{ctg}^2\alpha.$

е) $\frac{1-\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\mathrm{tg}^2\alpha.$

758.

а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha=1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

б) $\mathrm{tg}\alpha\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha=1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}.$

759.

а) $\sin\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha=\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cos\alpha.$

б) $\mathrm{tg}\alpha\cos\alpha=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha.$

в) $\frac{\sin\alpha}{\mathrm{tg}\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cos\alpha.$

г) $\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha-1=1-1=0.$

д) $\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{ctg}\alpha}+1=\frac{\mathrm{tg}\alpha}{1/\mathrm{tg}\alpha}+1=\mathrm{tg}^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}.$

е) $\frac{\sin^2\alpha-1}{1-\cos^2\alpha}=\frac{\left(1-\sin^2\alpha\right)}{1-\cos^2\alpha}=-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=-\mathrm{ctg}^2\alpha.$

760.

а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1;$

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha;$

$\sin^2\alpha=1-(-0,6)^2=1-0,36=0,64;\ \sin\alpha=\pm\sqrt{0,64}=\pm0,8,$ но

$\alpha\in$ II четверти; $\sin\alpha>0$, т.е. $\sin\alpha=0,8.$

б) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1;$

$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-(\frac{1}{3})^2=\frac{9}{9}-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, но

$\alpha\in$ II четверти; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

в) $1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

$\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1-(-\frac{15}{17})^2}{(-\frac{15}{17})^2}=(1-\frac{225}{289}):\frac{225}{289}=\frac{64}{225}$;

$\mathrm{tg}\alpha=\pm\sqrt{\frac{64}{225}}=\pm\frac{8}{15}$, но $\alpha\in$ II четверти; $\mathrm{tg}\alpha<0$, поэтому $\mathrm{tg}\alpha=-\frac{8}{15}$.

г) $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$;

$\sin^2\alpha=\frac{1}{1+(-2)^2}=\frac{1}{5}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{5}}=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$, но $\alpha\in$ II четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

761.

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;

$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-0{,}6^2=1-0{,}36=0{,}64$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{0{,}64}=\pm0{,}8$, но $\alpha\in$ I четверти; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=0{,}8$.

б) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-(\frac{1}{4})^2=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{15}{16}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{4}$, но $\alpha\in$ I четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

в) $1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\frac{1}{1+3^2}=\frac{1}{10}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{10}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}$, но $\alpha\in$ I четверти; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

г) $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}-1$;

$\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

$\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}{\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\frac{1-\frac{144}{169}}{\frac{144}{169}}=\frac{25\cdot169}{169\cdot144}=\frac{25}{144}$;

$\mathrm{ctg}\alpha=\pm\sqrt{\frac{25}{144}}=\pm\frac{5}{12}$, но $\alpha\in$ I четверти; $\mathrm{ctg}\alpha>0$, поэтому $\mathrm{ctg}\alpha=\frac{5}{12}$.

762.

а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\frac{9}{41}\right)^2+\left(\frac{40}{41}\right)^2=\frac{81}{1681}+\frac{1600}{1681}=\frac{1681}{1681}=1$; выполняется.

б) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16}+\frac{1}{16}=\frac{10}{16}\neq1$; не выполняется.

в) $\operatorname{tg}\beta\operatorname{ctg}\beta=\frac{5}{9}\cdot 1{,}8=\frac{5\cdot 9}{9\cdot 5}=1$; выполняется.

г) $\operatorname{tg}\beta\operatorname{ctg}\beta=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2-1=1$; выполняется.

763.

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=0{,}33^2+0{,}63^2=0{,}1089+0{,}3969=0{,}5058\neq 1$.

764.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{9}{41}\right)^2=\frac{1600}{1681}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1600}{1681}}=\pm\frac{40}{41}$, но $\alpha\in$ II четверти; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\frac{40}{41}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{9}{41}:\left(-\frac{40}{41}\right)=--\frac{9}{40}$.

б) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{3}\Rightarrow\operatorname{tg}\alpha=3$

$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{10}$

$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$, т.к. $\alpha\in$ III четверти, $\cos\alpha<0$.

765.

а) 1) $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

$\operatorname{tg}^2\alpha=\dfrac{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\dfrac{1-\frac{16}{25}}{\frac{16}{25}}=\dfrac{9}{16}$;

$\operatorname{tg}\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{9}{16}}=\pm\dfrac{3}{4}$, но $\alpha\in$ II четверти, т.е. $\operatorname{tg}\alpha<0$, поэтому $\operatorname{tg}\alpha=-\dfrac{3}{4}$.

2) $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{-\frac{3}{4}}=-\dfrac{4}{3}=-1\dfrac{1}{3}$.

б) 1) $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{-1}$.

2) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\dfrac{1}{1+ctg^2\alpha}$;

($\alpha\in$ II четверти; $\sin\alpha>0$).

766.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{25-9}{25}=\dfrac{16}{25}$; $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{16}{25}}=\dfrac{4}{5}$, но $\alpha\in$ I четверти; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{3}{5}:\dfrac{4}{5}=\dfrac{3\cdot5}{5\cdot4}=\dfrac{3}{4}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{\frac{3}{4}}=\dfrac{4}{3}=1\dfrac{1}{3}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=\frac{289-64}{289}=\frac{225}{289}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{225}{289}}=\pm\frac{15}{17}$, но $\alpha\in$ I четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{15}{17}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{15}{17}:\frac{8}{17}=\frac{15\cdot17}{17\cdot8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\frac{15}{8}}=\frac{8}{15}$.

в) 1) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}}=-\sqrt{3}$.

2) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}$;

$\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1}{4}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$, но $\alpha\in$ II четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{1}{2}$.

3) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cos\alpha=\frac{\sin\alpha}{tg\alpha}$; $\cos\alpha=\frac{1}{2}:(-\frac{\sqrt{3}}{3})=\frac{3}{-2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

г) 1) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{ctg\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{-2,5}=-\frac{2}{5}$.

2) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}=$

$=\frac{1}{1+\left(-\frac{5}{2}\right)}=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{29}$;

$\sin\alpha=\pm\frac{2}{\sqrt{29}}$, но $\alpha\in$ III четверти; $\sin\alpha<0$, поэтому $\sin\alpha=-\frac{2}{\sqrt{29}}$.

3) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\frac{\sin\alpha}{tg\alpha}=\cos\alpha=-\frac{2}{\sqrt{29}}:(-\frac{2}{5})=-\frac{2\cdot5}{\sqrt{29}\cdot2}=\frac{5}{\sqrt{29}}=$

$=\frac{5\sqrt{29}}{29}$.

767.

а) 1) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$, значит, $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$;

$\cos^2\beta=1-\left(\frac{40}{41}\right)^2=\frac{81}{1681}$;

$\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{81}{1681}}=\pm\frac{9}{41}$, но $\beta\in$ II четверти; $\cos\beta<0$, поэтому $\cos\beta=-\frac{9}{41}$.

2) $\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\operatorname{tg}\beta=\frac{40}{41}:\left(-\frac{9}{41}\right)=-\frac{40\cdot41}{41\cdot9}=-4\frac{4}{9}$.

3) $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{tg\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{-\frac{40}{9}}=-\frac{9}{40}$.

б) 1) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$;

$\sin^2\beta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$;

$\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$, но $\beta\in$ IV четверти; $\sin\beta<0$, поэтому $\sin\beta=-\frac{3}{5}$.

2) $\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\operatorname{tg}\beta=-\frac{3}{5}:\frac{4}{5}=-\frac{3\cdot5}{5\cdot4}=-\frac{3}{4}$.

3) $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{tg\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$.

в) 1) $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{tg\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{1}=1$.

2) $1+\operatorname{tg}^2\beta=\frac{1}{\cos^2\beta}$; $\cos^2\beta=\frac{1}{1+tg^2\beta}$; $\cos^2\beta=$

$=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$; $\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, но $\beta\in$ III четверти; $\cos\beta<0$, поэтому $\cos\beta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3) $\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\sin\beta=\operatorname{tg}\beta\cdot\cos\beta$; $\sin\beta=1\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

г) 1) $\text{tg}\beta=\frac{1}{ctg\beta}$; $\text{tg}\beta=\frac{1}{3}$;

2) $1+\text{ctg}^2\beta=\frac{1}{\sin^2\beta}$; $\sin^2\beta=\frac{1}{1+ctg^2\beta}$;

$\sin^2\beta=\frac{1}{1+9}=\frac{1}{10}$; $\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{1}{10}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}$, но $\beta\in$ I четверти; $\sin\beta>0$, поэтому $\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

3) $\text{ctg}\beta=\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$; $\cos\beta=\text{ctg}\beta\cdot\sin\beta$; $\cos\beta=3\cdot\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

768.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;
$\cos^2\alpha=1-0{,}62^2=0{,}6156$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{0{,}6156}\approx\pm0{,}78$, но $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha\approx-0{,}78$.

2) $\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\text{tg}\alpha=0{,}62:(-0{,}78)\approx-0{,}79$.

3) $\text{ctg}\alpha=\frac{1}{\text{tg}\alpha}=\frac{1}{-0{,}79}\approx-1{,}3$.

б) 1) $\text{tg}\alpha=\frac{1}{ctg\alpha}$; $\text{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$;

$\text{ctg}\alpha=1:(-2{,}1)\approx-0{,}48$.

2) $1+\text{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+tg^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\frac{1}{1+(-2{,}1)^2}=\frac{1}{1+4{,}41}=\frac{100}{541}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{100}{541}}\approx\pm0{,}43$, но $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha\approx0{,}43$.

3) $\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sin\alpha=\text{tg}\alpha\cdot\cos\alpha$; $\sin\alpha=-2{,}1\cdot0{,}43\approx-0{,}90$.

в) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-(-0{,}23)^2=0{,}9471$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}9471}\approx\pm0{,}97$, но $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$; $\sin\alpha<0$, поэтому $\sin\alpha\approx-0{,}97$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=-0{,}97:(-0{,}23)\approx4{,}2$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1}{4{,}2}\approx0{,}24$.

г) 1) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}$;

$\sin^2\alpha=\frac{1}{1+2{,}2^2}=\frac{100}{584}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{100}{584}}\approx\pm0{,}41$, но $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$; $0\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=0{,}41$.

2) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\cos\alpha=\operatorname{ctg}\alpha\cdot\sin\alpha$; $\cos\alpha=0{,}41\cdot2{,}2\approx0{,}902$.

3) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=0{,}41:0{,}902\approx0{,}45$.

769.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=\frac{225}{289}$; $\cos\alpha=\sqrt{\frac{225}{289}}=\frac{15}{17}$ или

$\cos\alpha=-\sqrt{\frac{225}{289}}=-\frac{15}{17}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{8}{17}:\frac{15}{17}=\frac{8\cdot17}{17\cdot15}=\frac{8}{15}$ или

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{8}{17}:(-\frac{15}{17})=-\frac{8}{15}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\frac{8}{15}}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$ или $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{-\frac{8}{15}}=-1\frac{7}{8}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$; $\sin\alpha=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ или

$\sin\alpha=-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2}:(\frac{\sqrt{3}}{2})=-\frac{1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ или

$\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{2}:(-\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}}=-\frac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$ или

$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}$.

770.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$, значит,

$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ или $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$ или $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$ или $\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$, значит,

$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ или $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos^2\alpha}$ или $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ или $\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$.

771.

а) 1) $1-\frac{1+b}{b}=\frac{b-1-b}{b}=-\frac{1}{b}$;

2) $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{b^2-a^2}=\frac{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)(b-a)(b+a)}=\frac{a-b}{b-a}=-1$;

3) $-1:\left(-\frac{1}{b}\right)=b.$

б) $\frac{ab^2-a^2b}{a+b}\cdot\frac{a+\frac{ab}{a-b}}{a-\frac{ab}{a+b}}=\frac{ab(b-a)}{a+b}\cdot\frac{\frac{a(a-b)+ab}{a-b}}{\frac{a(a+b)-ab}{a+b}}=$

$=\frac{ab(b-a)}{a+b}\cdot\frac{\frac{a^2-ab+ab}{a-b}}{\frac{a^2+ab-ab}{a+b}}=\frac{ab(b-a)(a+b)}{(a+b)(a-b)}=-ab.$

772.

$\begin{cases}y=2x^2-6x,\\ y=10x;\end{cases}\begin{cases}10x=2x^2-6x,\\ y=10x;\end{cases}\begin{cases}2x(8-x)=0,\\ y=10x;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=0,\\ y_1=0\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=8,\\ y_2=80\end{cases}$. Пересекаются в двух точках.

773.

а) $1-\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha-1}{\cos^2\alpha}=\frac{-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=-\mathrm{tg}^2\alpha.$

б) $\frac{1}{\sin^2\alpha}-1=1+\mathrm{ctg}^2\alpha-1=\mathrm{ctg}^2\alpha.$

в) $1-\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{ctg\alpha}=1-\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$

г) $\frac{tg\alpha ctg\alpha-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}=\frac{1-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}=\frac{\sin^2\alpha}{2\sin\alpha}=\frac{1}{2}\sin\alpha.$

774.

а) $\mathrm{ctg}\beta-\frac{\cos\beta-1}{\sin\beta}=\frac{\cos\beta}{\sin\beta}-\frac{\cos\beta-1}{\sin\beta}=$

$=\frac{\cos\beta\cdot\sin\beta-\sin\beta\cdot\cos\beta+1}{\sin\beta}=\frac{1}{\sin\beta}.$

б) $\frac{1}{\sin\alpha-1}-\frac{1}{1+\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha+1-(\sin\alpha-1)}{(\sin\alpha-1)(\sin\alpha+1)}=$

$= \frac{2}{\sin^2\alpha - 1} = \frac{-2}{1-\sin^2\alpha} = \frac{-2}{\cos^2\alpha}$.

в) $\frac{1-\operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{tg}\gamma - 1} = \frac{\operatorname{ctg}\gamma(\operatorname{tg}\gamma - 1)}{\operatorname{tg}\gamma - 1} = \operatorname{ctg}\gamma$.

г) $\frac{\sin^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1} + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1-\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} + 1 = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + 1 =$

$= \frac{1}{\sin^2\alpha}$.

д) $\operatorname{tg}^2\beta(\sin^2\beta - 1) = \frac{\sin^2\beta \cdot (-\cos^2\beta)}{\cos^2\beta} = -\sin^2\beta$.

е) $\cos^2\alpha - (\operatorname{ctg}^2\alpha + 1)\cdot\sin^2\alpha = \cos^2\alpha - \frac{1}{\sin^2\alpha} \cdot \sin^2\alpha = \cos^2\alpha - 1 = -\sin^2\alpha$.

775.

а) $\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} + \operatorname{tg}\alpha = \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$.

б) $\frac{1}{1+\cos\alpha} + \frac{1}{1-\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha+1+\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)} =$

$= \frac{2}{1-\cos^2\alpha} = \frac{2}{\sin^2\alpha}$.

в) $\operatorname{ctg}^2\beta(\cos^2\beta - 1) + 1 = -\frac{\cos^2\beta \cdot (1-\cos^2\beta)}{\sin^2\beta} + 1 = -\frac{\cos^2\beta \cdot \sin^2\beta}{\sin^2\beta} + 1 =$

$= 1 - \cos^2\beta = \sin^2\beta$.

г) $\frac{tg\beta + 1}{1 + ctg\beta} = \frac{tg\beta + 1}{1 + \frac{1}{tg\beta}} = \frac{tg\beta + 1}{\frac{tg\beta + 1}{tg\beta}} = \operatorname{tg}\beta$.

776.

а) $\frac{1 + 2\sin\beta\cos\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^2} = \frac{1 + 2\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\beta + 2\sin\beta\cos\beta + \cos^2\beta} =$

$= \frac{1 + 2\sin\beta\cos\beta}{1 + 2\sin\beta\cos\beta} = 1$.

б) $\frac{\sin^2\beta-\cos^2\beta+1}{\sin^2\beta}=\frac{\sin^2\beta+\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{2\sin^2\beta}{\sin^2\beta}$=2.

в) $\frac{1}{1+tg^2\alpha}+\frac{1}{1+ctg^2\alpha}=\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\beta}}+\frac{1}{\frac{1}{\sin^2\beta}}=$

=$\cos^2\beta+\sin^2\beta=1$.

г) $\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\cdot\frac{1-\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}{\cos^2\beta}=$

$=\frac{1-\sin^2\beta}{\cos^2\beta}=\frac{\cos^2\beta}{\cos^2\beta}$=1.

777.

а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-2\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-$
$-2\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

б) $\frac{2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{3\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha}=\frac{2-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{3(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=\frac{2-1}{3}=\frac{1}{3}$.

в) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=1^2=1$.

г) $\frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=$
$=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

778.

а) $\operatorname{tg}(-\alpha)\cos\alpha+\sin\alpha=-\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha+\sin\alpha=-\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}+\sin\alpha=$
$=-\sin\alpha+\sin\alpha=0$.

б) $\frac{ctg(-\alpha)\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{ctg\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=-1$.

в) $\cos^2\alpha\operatorname{tg}^2(-\alpha)-1=\cos^2\alpha\cdot\operatorname{tg}^2\alpha-1=$

$=\frac{\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-1=\sin^2\alpha-1=-\cos^2\alpha$.

г) $\frac{1-tg(-\alpha)}{\sin\alpha+\cos(-\alpha)}=\frac{1+tg\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\sin\alpha+\cos\alpha}=$

$=\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha)}=\frac{1}{\cos\alpha}$.

779.

а) $\operatorname{ctg}\alpha \sin(-\alpha)-\cos(-\alpha)=-\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha}-\cos\alpha=$

$=-\cos\alpha-\cos\alpha=-2\cos\alpha.$

б) $\dfrac{1-\sin^2(-x)}{\cos x}=\dfrac{1-\sin^2 x}{\cos x}=\dfrac{\cos^2 x}{\cos x}=\cos x.$

в) $\operatorname{tg}(-\beta)\operatorname{ctg}\beta+\sin^2\beta=-\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{ctg}\beta+\sin^2\beta=\sin^2\beta-1=-\cos^2\beta.$

г) $\dfrac{tg(-x)+1}{1-ctgx}=\dfrac{-tgx+1}{1-ctgx}=\dfrac{1-tgx}{1-\dfrac{1}{tgx}}=\dfrac{1-tgx}{\dfrac{tgx-1}{tgx}}=-\operatorname{tg}x.$

780.

а) $\dfrac{\cos x}{1-\sin x}+\dfrac{\cos x}{1+\sin x}=\dfrac{\cos x(1+\sin x)+\cos x(1-\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=$

$=\dfrac{\cos x+\cos x\sin x+\cos x-\cos x\sin x}{1-\sin^2 x}=\dfrac{2\cos x}{\cos^2 x}=\dfrac{2}{\cos x}.$

б) $\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha+\sin\alpha+\sin^2\alpha}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}=\dfrac{1+\sin\alpha}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}=\dfrac{1}{\cos\alpha}.$

в) $\dfrac{tg^2\varphi-1}{tg^2\varphi+1}+\cos^2\varphi=\dfrac{tg^2\varphi-1+\cos^2\varphi\cdot tg^2\varphi+\cos^2\varphi}{tg^2\varphi+1}=$

$=\dfrac{tg^2\alpha-\sin^2\varphi+\sin^2\varphi}{tg^2\varphi+1}=\dfrac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi\cdot\dfrac{1}{\cos^2\varphi}}=\sin^2\varphi.$

г) $\dfrac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}+\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\dfrac{(\sin\alpha-\cos\alpha)(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)}{(\sin\alpha+\cos\alpha)}+\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

781.

а) $1-(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=2\sin^2\alpha.$

$|\sin\alpha|\le 1$; $\sin 2\alpha\le 1$; т.е. $2\sin^2\alpha\le 2$.

б) $1-\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{tg}\alpha=1-\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$

$|\cos\alpha|\le 1;\ \cos^2\alpha\le 1.$

в) $\cos^2\alpha\,\mathrm{tg}^2\alpha+5\cos^2\alpha-1=\frac{\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+5\cos^2\alpha-1=$

$=\sin^2\alpha-1+5\cos^2\alpha=-\cos^2\alpha+5\cos^2\alpha=4\cos^2\alpha.$

$|\cos\alpha|\le 1;\ \cos^2\alpha\le 1,$ т.е. $4\cos^2\alpha\le 4.$

г) $\sin\alpha+3\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha=\sin\alpha+3(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin\alpha+3.$

$|\sin\alpha|\le 1,\ \sin\alpha+3\le 4.$

782.

$\sin\alpha+\cos\alpha=0{,}8;\ (\sin\alpha+\cos\alpha)^2=0{,}8^2=0{,}64;$

$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=0{,}64;\ 2\sin\alpha\cos\alpha=0{,}64-1=-0{,}36;$

$\sin\alpha\cos\alpha=-0{,}18.$

783.

$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha=2{,}3;\ (\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)^2=2{,}3^2=5{,}29;$

$\mathrm{tg}^2\alpha+2\,\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha=5{,}29;$

$\mathrm{tg}^2\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha=5{,}29-2=3{,}29.$

784.

а) $(\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)^2-(\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{ctg}\alpha)^2=\mathrm{tg}^2\alpha+2\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha-\mathrm{tg}^2\alpha+$

$+2\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{ctg}^2\alpha=4\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha=4;$

б) $(2+\sin\beta)(2-\sin\beta)+(2+\cos\beta)(2-\cos\beta)=4-\sin^2\beta+4-\cos^2\beta=$

$=4+4-(\sin^2\beta+\cos^2\beta)=4+4-1=7;$

в) $\mathrm{ctg}\,\alpha+\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=$

$=\frac{\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{(1+\cos\alpha)\cdot\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha+1}{\sin\alpha(1+\cos\alpha)}=\frac{1}{\sin\alpha};$

г) $\frac{1-2\sin x\cos x}{\sin x-\cos x}=\frac{\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x}{\sin x-\cos x}=$

$=\frac{(\sin x-\cos x)^2}{(\sin x-\cos x)}=\sin x-\cos x.$

785.

а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+$

$+\sin^2\alpha - 2\sin\alpha$ $\cos\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha=2$; б)

$\frac{1-\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}$;

в) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$;

г) $\frac{ctg\alpha}{ctg\alpha+tg\alpha}=\frac{ctg\alpha}{ctg\alpha+\frac{1}{ctg\alpha}}=\frac{ctg\alpha}{\frac{ctg^2\alpha+1}{ctg\alpha}}=\frac{1}{ctg^2\alpha}+1=\cos^2\alpha$.

786.

а) $\frac{\cos^3\alpha-\sin^3\alpha}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos^2\alpha+\cos\alpha\sin\alpha+\sin^2\alpha)}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=$

$=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+\cos\alpha\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha\cdot\cos\alpha)}=\cos\alpha-\sin\alpha;$

б) $(1+\operatorname{tg}\alpha)^2+(1-\operatorname{tg}\alpha)^2=1+2\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha+1-2\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha=$

$=2(1+\operatorname{tg}^2\alpha)=\frac{2}{\cos^2\alpha}$;

в) $\frac{\cos\beta}{1-\sin\beta}-\frac{\cos\beta}{1+\sin\beta}=\frac{\cos\beta(1+\sin\beta)-\cos\beta(1-\sin\beta)}{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}=$

$=\frac{\cos\beta+\cos\beta\sin\beta-\cos\beta+\cos\beta\sin\beta}{1-\sin^2\beta}=\frac{2\cos\beta\sin\beta}{\cos^2\beta}=$

$=2\cdot\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=2tg\beta;$

г) $\frac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta}=\frac{tg\alpha+tg\beta}{\frac{1}{tg\alpha}+\frac{1}{tg\beta}}=\frac{tg\alpha+tg\beta}{\frac{tg\beta+tg\alpha}{tg\alpha-tg\beta}}=tg\alpha\cdot tg\beta$.

д) $\sin^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta=\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta(1-\sin^2\alpha)=$
$=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+\sin^2\beta\sin^2\alpha=\sin^2\alpha-\sin^2\beta;$

е) $\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta=\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta(1-\cos^2\alpha)=$
$=\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+\sin^2\beta\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\beta.$

787.

а) $(\sin\beta+\sin\alpha)(\sin\alpha-\sin\beta)-(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\beta-\cos\alpha)=$
$=(\sin^2\alpha-\sin^2\beta)-(\cos^2\beta-\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta-\cos^2\beta+\cos^2\alpha=$
$=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)-(\sin^2\beta\cos^2\beta)=1-1=0;$

б) $\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=$

$$= \frac{\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)}{\sin^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\cos^2\alpha = ctg^2\alpha\cos^2\alpha;$$

в) $$\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{ctg^2\alpha-tg^2\alpha} = (\cos^2\alpha-\sin^2\alpha):\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) =$$

$$= (\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cdot\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos^4\alpha-\sin^4\alpha} =$$

$$= \frac{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(\sin^2\alpha\cos^2\alpha)}{(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)} = \frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{1} = \sin^2\alpha\cos^2\alpha;$$

г) $$\frac{1-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}+2\sin\alpha\cos\alpha =$$

$$= \frac{1-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha =$$

$$= \frac{(1-2\sin\alpha\cos\alpha)(1+2\sin\alpha\cos\alpha)}{1+2\sin\alpha\cos\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha =$$

$$= 1-2\sin\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha = 1.$$

788.

а) $1-\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{tg}\alpha = 1-\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha} = 1-\sin^2\alpha.$

Так как $\sin\alpha=0{,}7$, то $1-\sin^2\alpha = 1-0{,}7^2 = 1-0{,}49 = 0{,}51.$

б) $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha = \cos^2\alpha(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha) = \cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}.$

Так как $\mathrm{tg}\alpha=2$, то $\frac{1}{1+tg^2\alpha} = \frac{1}{1+2^2} = \frac{1}{5}.$

789.

$$\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha(1-\cos\alpha)+\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)} =$$

$$= \frac{\sin\alpha(1-\cos\alpha+1+\cos\alpha)}{1-\cos^2\alpha} = \frac{2\sin\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}.$$

Так как $\sin\alpha = -\frac{1}{8}$, то $\frac{2}{\sin\alpha} = 2:\left(-\frac{1}{8}\right) = -16.$

790.

а) $\cos 8{,}5\pi = \cos(4\cdot 2\pi+0{,}5\pi) = \cos 0{,}5\pi = 0.$

б) $\operatorname{tg}9\pi=\operatorname{tg}(4\cdot2\pi+\pi)=\operatorname{tg}\pi=0$.

в) $\sin(-3,5\pi)=-\sin3,5\pi=-\sin(2\pi+1,5\pi)=-\sin1,5\pi=-(-1)=1$.

г) $ctg\,\frac{9\pi}{4}=ctg\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=ctg\,\frac{\pi}{4}=1.$

д) $\cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right)=\cos\frac{19\pi}{3}=\cos\left(6\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}.$

791.

Пусть длина большого катета x дм, а длина меньшего – y дм. По условию задачи $x-y=5$ и $(x+4)^2+(y-8)^2=x^2+y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y=x-5 \\ (x+4)^2+(x-13)^2\,x^2+(x-5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-5 \\ x^2+8x+16+x^2-26x+169=x^2+x^2-10x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-5 \\ -8x=-160 \end{cases} \quad \begin{cases} x=20 \\ y=20-5=15 \end{cases}$$

Ответ: 20 дм и 15дм.

792.

Пусть длины катетов x см и y см. Тогда по условию задачи: $x+y=79$ и $(x+23)^2+(y-11)^2=x^2+y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=79, \\ (x+23)^2+(y-11)^2=x^2+y^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=79-y, \\ (102-y)^2+(y-11)^2=(79-y)^2+y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=79-y \\ 10404-204y+y^2+y^2-22y+121=6241-158y+y^2+y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=79-y \\ 68y=4284 \end{cases} \quad \begin{cases} x=16 \\ y=63 \end{cases}$$

Ответ: 16см и 63см.

793.

Воспользуемся формулами приведения.

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha.$

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha.$

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\operatorname{ctg}\alpha.$

г) $\operatorname{ctg}(\pi+\alpha)=\operatorname{ctg}\alpha.$

д) $\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha.$

е) $\sin(2\pi+\alpha)=\sin\alpha.$

ж) $\operatorname{tg}(180^\circ-\alpha)=-\operatorname{tg}\alpha.$

з) $\sin(180^\circ+\alpha)=-\sin\alpha.$

и) $\operatorname{ctg}(360^\circ-\alpha)=-\operatorname{ctg}\alpha.$

к) $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha.$

л) $\sin(270^\circ-\alpha)=-\cos\alpha.$

м) $\operatorname{tg}(270^\circ+\alpha)=-\operatorname{ctg}\alpha.$

794.

а) $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha.$

б) $\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha.$

в) $\operatorname{tg}(\pi+\alpha)=\operatorname{tg}\alpha.$

г) $\cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha.$

д) $\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)=-\operatorname{ctg}\alpha.$

е) $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha.$

ж) $\sin(360^\circ+\alpha)=\sin\alpha.$

з) $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha.$

и) $\operatorname{tg}(90^\circ=\alpha)=\operatorname{ctg}\alpha.$

795.

60

а) $\sin 130°=\sin(90°+40°)=\cos 40°$; $\cos 130°=$
$=\cos(90°+40°)=-\sin 40°$; $\operatorname{tg} 130°=\operatorname{tg}(90°+40°)=$
$=-\operatorname{ctg} 40°$; $\operatorname{ctg} 130°=\operatorname{ctg}(90°+40°)=-\operatorname{tg} 40^0$.

б) $\sin 190°=\sin(180°+10°)=-\sin 10°$; $\cos 190°=$
$=\cos(180°+10°)=-\cos 10°$; $\operatorname{tg}190°=\operatorname{tg}(180°+10°)=\operatorname{tg}10°$;
$\operatorname{ctg}190°=\operatorname{ctg}(180°+10°)=\operatorname{ctg}10°$.

в) $\sin(-320°)=-\sin(320°)=-\sin(360°-40°)=$
$=-(-\sin 40°)=\sin 40°$; $\cos(-320°)=\cos(320°)=$
$=\cos(360°-40°)=\cos 40°$; $\operatorname{tg}(-320°)=-\operatorname{tg}(320°)=$
$=-\operatorname{tg}(360°-40°)=-(-\operatorname{tg}40°)=\operatorname{tg}40°$; $\operatorname{ctg}(-320°)=$
$=-\operatorname{ctg}(320°)=-\operatorname{ctg}(360°-40°)=-(-\operatorname{ctg}40°)=\operatorname{ctg}40°$.

г) $\sin(-590°)=\sin(-360°-230°)=\sin(-230°)=$
$=-\sin(180°+50°)=\sin 50°$; $\cos(-590°)=\cos(-230°)=$
$=\cos(180°+50°)=-\cos 50°$; $\operatorname{tg}(-590°)=-\operatorname{tg}50°$;
$\operatorname{ctg}(-590°)=-\operatorname{ctg}50°$.

796.

а) $\cos 0{,}7\pi=\cos(0{,}5\pi+0{,}2\pi)=-\sin 0{,}2\pi$.

б) $\operatorname{ctg}(-0{,}6\pi)=-\operatorname{ctg}0{,}6\pi=-\operatorname{ctg}(0{,}5\pi+0{,}1\pi)=\operatorname{tg}0{,}1\pi$.

в) $\sin 1{,}6\pi=\sin(2\pi-0{,}4\pi)=-\sin 0{,}4\pi$.

г) $\operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{5}\right)=-\operatorname{tg}1{,}8\pi=-\operatorname{tg}(2\pi-0{,}2\pi)=-(\operatorname{tg}0{,}2\pi)=\operatorname{tg}0{,}2\pi$.

797.

а) $\operatorname{tg}137°=\operatorname{tg}(90°+47°)=-\operatorname{ctg}47°$.

б) $\sin(-178°)=-\sin 178°=-\sin(180°-2°)=-\sin 2°$.

в) $\sin 680°=\sin(720°-40°)=-\sin 40°$.

г) $\cos(-1000°)=\cos 1000°=\cos(900°+100°)=-\cos 100°=$
$=-\cos(90°+10°)=\sin 10°$.

798.

Воспользуемся формулами приведения:

а) $\sin\frac{2\pi}{3}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\cos\frac{2\pi}{3}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$;

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}=tg\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-tg\,\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3};$$

$$\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{3}=\operatorname{ctg}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

б) $\sin\frac{3\pi}{4}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2};$

$$\cos\frac{3\pi}{4}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$tg\,\frac{3\pi}{4}=tg\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-tg\,\frac{\pi}{4}=-1;$$

$$\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4}=\operatorname{ctg}\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}=-1.$$

в) $\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2};$

$$\cos\frac{5\pi}{6}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\operatorname{tg}\frac{5\pi}{6}=tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-tg\,\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{6}=\operatorname{ctg}\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}=-\sqrt{3}.$$

799.

а) $\sin240°=\sin(180°+60°)=-\sin60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

б) $\cos(-210°)=\cos(210°)=\cos(180°+30°)=-\cos30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

в) $\operatorname{tg}300°=\operatorname{tg}(360°-60°)=-\operatorname{tg}60°=-\sqrt{3}.$

г) $\sin330°=\sin(270°+60°)=-\cos60°=-\frac{1}{2}.$

д) $\operatorname{ctg}(-225°)=-\operatorname{ctg}225°=-\operatorname{ctg}(180°+45°)=-\operatorname{ctg}45°=-1.$

е) $\sin 315°=\sin(360°-45°)=-\sin 45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

800.

а) $\cos 120°=\cos(180°-60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$.

б) $\sin(-150°)=-\sin 150°=-\sin(90°+60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$.

в) $\operatorname{tg}(-225°)=-\operatorname{tg}225°=-\operatorname{tg}(270°-45°)=-\operatorname{ctg}45°=-1$.

г) $\cos(-225°)=\cos 225°=\cos(270°-45°)=-\sin 45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

д) $\cos\frac{7\pi}{6}=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

е) $\sin\frac{4\pi}{3}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

801.

а) $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$.

б) $\cos(\alpha-\pi)=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$.

в) $\operatorname{ctg}(\alpha-360°)=-\operatorname{ctg}(360°-\alpha)=-(-\operatorname{ctg}\alpha)=\operatorname{ctg}\alpha$.

г) $\operatorname{tg}(-\alpha+270°)=\operatorname{tg}(270°-\alpha)=\operatorname{ctg}\alpha$.

802.

а) $\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\left(-\cos\alpha\right)=\cos\alpha$.

б) $\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$.

в) $\operatorname{tg}(\alpha-2\pi)=-\operatorname{tg}(2\pi-\alpha)=\operatorname{tg}\alpha$.

803.

а) $\sin^2(\pi+\alpha)=(-\sin\alpha)^2=\sin^2\alpha$.

б) $tg^2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\left(-ctg\alpha\right)^2=ctg^2\alpha$.

в) $\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\left(-\sin\alpha\right)^2=\sin^2\alpha$.

г) $\operatorname{ctg}^2(2\pi-\alpha)=(-\operatorname{ctg}\alpha)^2=\operatorname{ctg}^2\alpha$.

804.

Из теоремы о сумме углов треугольника:
$A+B+C=180°$, откуда следует:

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)=\sin\left(\frac{180°-C}{2}\right)=\sin\left(90°-\frac{C}{2}\right)=\cos\frac{C}{2}.$$

805.

$\alpha+\beta+\gamma=180°$; $\alpha+\beta=180°-\gamma$; $\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{180°-\gamma}{2}$, откуда

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{180°-\gamma}{2}\right)=\operatorname{tg}\left(90°-\frac{\gamma}{2}\right)=\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}.$$

806.

а) $\sin(90°-\alpha)+\cos(180°+\alpha)+\operatorname{tg}(270°+\alpha)+\operatorname{ctg}(360°+\alpha)=$
$=\cos\alpha+(-\cos\alpha)+(-\operatorname{ctg}\alpha)+\operatorname{ctg}\alpha=0$.

б) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\cos(\alpha-\pi)+\operatorname{tg}(\pi-\alpha)+\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)=$

$$=\cos\alpha-\cos(\pi-\alpha)-tg\alpha+ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$

$$=\cos\alpha-(-\cos\alpha)-tg\alpha+tg\alpha=2\cos\alpha.$$

807.

а) $\frac{\cos(-\alpha)\cos(180°+\alpha)}{\sin(-\alpha)\sin(90°+\alpha)}=\frac{\cos\alpha\cdot(-\cos\alpha)}{-\sin(-\alpha)\cdot\cos\alpha}=ctg\alpha$.

б) $\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}{tg(\pi-\alpha)\cos(\alpha-\pi)}=\frac{-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{-tg\alpha\cos(-\cos\alpha)}=$

$$=-\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=-\cos\alpha.$$

в) $\frac{\sin(-\alpha)ctg(-\alpha)}{\cos(360°-\alpha)tg(180°+\alpha)}=\frac{\sin\alpha\cdot ctg\alpha}{\cos\alpha\cdot tg\alpha}=$

$$=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha\cdot\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=ctg\alpha.$$

г) $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\sin(\alpha+2\pi)}{\operatorname{tg}(\pi+\alpha)\cos(1{,}5\pi+\alpha)}=\dfrac{-\sin\alpha\cdot\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\alpha}=-\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=-\cos\alpha.$

808.

а) $\sin^2(180°-x)+\sin^2(270°-x)=\sin^2x+(-\cos x)^2=\sin^2x+\cos^2x=1.$

б) $\sin(\pi-x)\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)-\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\cos(\pi-x)=\sin x\cdot\sin x$

$-\cos x\cdot(-\cos x)=\sin^2x+\cos^2x=1.$

809.

Воспользуемся формулами приведения.

а) $\cos^2(\pi+x)+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=(-\cos x)^2+(-\sin x)^2=$

$=\cos^2 x+\sin^2 x=1.$

б) $\sin(\pi+x)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)-\cos(2\pi+x)\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)=$

$=-\sin x\cdot(-\sin x)-\cos x\cdot(-\cos x)=\sin^2x+\cos^2x=1.$

810.

а) $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=\dfrac{-\operatorname{tg}\alpha}{-\cos\alpha}\cdot\dfrac{(-\cos\alpha)}{(-\operatorname{ctg}\alpha)}=\dfrac{tg\alpha}{ctg\alpha}=tg^2\alpha;$

б) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)}{tg(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{ctg(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)}{tg(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}\cdot\dfrac{\cos(2\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin\alpha}{tg\alpha}\cdot\dfrac{tg\alpha}{(-ctg\alpha)}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{(-\sin\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha}{tg\alpha}=\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha.$

811.

По формулам приведения:

а) $\sin(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)ctg(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)+$

$+\sin(\pi-\alpha)+ctg(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha\cdot tg\alpha+\sin\alpha+tg\alpha=$

$$= -\frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} + \sin\alpha + tg\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha + tg\alpha = tg\alpha;$$

б) $ctg^2(2\pi - \alpha) - \sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) \cdot \frac{1}{\cos\alpha} =$

$$= (-ctg\alpha)^2 + \cos\alpha \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

812.

а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-(-0{,}8)^2=0{,}36$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}36}=\pm 0{,}6$, так как $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\alpha \in$ II четверти, значит, $\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha=0{,}6$.

2) $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\operatorname{ctg}\alpha=-0{,}8:0{,}6=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$.

б) 1) $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+tg^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\frac{1}{1+(-5)^2}=\frac{1}{26}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{26}}$; Так как $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\alpha\in$ II четверти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\sqrt{\frac{1}{26}}=-\frac{\sqrt{26}}{26}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sin\alpha=tg\alpha\cdot\cos\alpha$;

$$\sin\alpha=-5\cdot\left(-\frac{\sqrt{26}}{26}\right)=\frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

813.

$\sin^3\alpha(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^3\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha)=$

$$=\sin^3\alpha\left(1+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)+\cos^3\alpha\left(1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)=$$

$=\sin^3\alpha+\sin^2\alpha\cos\alpha+\cos^3\alpha+\cos^2\alpha\sin\alpha=$

$=(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)+\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)=$

$=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha.$

814.

Пусть x км/ч – это скорость скорого поезда, а y км/ч – скорость товарного поезда. По условию задачи имеем: $x\cdot 0{,}5+y\cdot 0{,}5=75$. Так как время движения скорого поезда $\frac{75}{x}$ ч., а время движения товарного — $\frac{75}{y}$ ч., то имеем систему уравнений:

$$\begin{cases}\frac{75}{y}-\frac{75}{x}=\frac{5}{12}\\ x\cdot 0{,}5+y\cdot 0{,}5=75\end{cases}\quad\begin{cases}x=150-y\\ \frac{75}{y}-\frac{75}{150-y}=\frac{5}{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=150-y\\ \frac{15}{y}-\frac{15}{150-y}=\frac{1}{12}\end{cases}\quad\begin{cases}x=150-y\\ 27000-180y-180y=150y-y^2\end{cases}$$

y^2=510y+27000=0

D=(510)^2–4·27000=152100

$$y^2=\frac{-210+390}{2}=90 \text{ или}$$

$$y^2=\frac{-210-390}{2}=-300 \text{ — не подходит по смыслу.}$$

$$\begin{cases}y=90\\ x=150-90\end{cases}\quad\begin{cases}y=90\\ x=60\end{cases}$$

Ответ: 90 км/ч, 60км/ч.

815.

Пусть x км/ч – скорость поезда после ее увеличения. Получим уравнение:

$$\frac{70}{x-10}-\frac{70}{x}=\frac{1}{6};$$

420x–420x+4200=x^2 – 10x;

x^2 – 10x –4200=0;

D=10^2+4·4200=16900;

$$x=\frac{10+\sqrt{16900}}{2}=70; \text{ или}$$

$x = \dfrac{10 - \sqrt{16900}}{2} = -60$ — не подходит по смыслу.

Ответ: 70 км/ч.

816.

Воспользуемся формулами косинуса разности и суммы:

а) $\cos(\dfrac{\pi}{4} - \varphi) = \cos\dfrac{\pi}{4}\cos\varphi + \sin\dfrac{\pi \cdot \sin\varphi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi =$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\varphi + \sin\varphi);$

б) $\cos(\dfrac{\pi}{4} + \varphi) = \cos\dfrac{\pi}{4}\cos\varphi - \sin\dfrac{\pi}{4}\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi =$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\varphi - \sin\varphi);$

Воспользуемся формулами синуса суммы и разности:

в) $\sin(\varphi + \dfrac{\pi}{4}) = \sin\varphi\cos\dfrac{\pi}{4} + \cos\varphi\sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi =$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\varphi + \cos\varphi);$

г) $\sin(\varphi - \dfrac{\pi}{4}) = \sin\varphi\cos\dfrac{\pi}{4} - \cos\varphi\sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi =$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\varphi - \cos\varphi).$

817.

а)

$\sin(\dfrac{\pi}{2} + \alpha) = \sin\dfrac{\pi}{2}\cos\alpha + \cos\dfrac{\pi}{2}\sin\alpha = 1 \cdot \cos\alpha + 0 \cdot \sin\alpha = \cos\alpha.$

б) $\sin(\pi+\alpha) = \sin\pi\cos\alpha + \cos\pi\sin\alpha = 0 \cdot \cos\alpha - 1 \cdot \sin\alpha = -\sin\alpha.$

в) $\cos(\pi-\alpha) = \cos\pi\cos\alpha + \sin\pi\sin\alpha = -1 \cdot \cos\alpha + 0 \cdot \sin\alpha = -\cos\alpha.$

г)

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\frac{3\pi}{2}\cos\alpha-\sin\frac{3\pi}{2}\sin\alpha=0\cdot\cos\alpha-(-1)\sin\alpha=\sin\alpha.$$

818.

По формулам синуса и косинуса разности:

а) $\sin(60°-\beta)=\sin60°\cos\beta-\cos60°\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta-\frac{1}{2}\sin\beta.$

б) $\cos(\beta-30°)=\cos\beta\cos30°+\sin\beta\sin30°=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta+\frac{1}{2}\sin\beta.$

819.

а) $\sin105°=\sin(45°+60°)=\sin45°\cdot\cos60°+\cos45°\cdot\sin60°=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

б) $\cos105°=\cos(45°+60°)=\cos45°\cdot\cos60°-\sin45°\cdot\sin60°=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}.$$

820.

Воспользуемся формулами синуса и косинуса суммы:

а) $\sin75°=\sin(45°+30°)=\sin45°\cdot\cos30°+\cos45°\cdot\sin30°=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

б) $\cos75°=\cos(45°+30°)=\cos45°\cdot\cos30°-\sin45°\cdot\sin30°=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

821.

а) $\sin(\alpha+\beta)-\sin\alpha\cos\beta=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=\cos\alpha\sin\beta.$

б) $\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta.$

в) $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\frac{1}{2}\cos\alpha=\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha=$

$=\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha.$

г) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\frac{1}{2}+\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha.$

822.

а) $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\alpha=$

$=\sqrt{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha-\cos\alpha=$

$=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{2}\sin\alpha-\cos\alpha=\cos\alpha+\sin\alpha-\cos\alpha=\sin\alpha.$

б) $\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\alpha=$

$=\sqrt{2}\cdot\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}-\sqrt{2}\cdot\cos\alpha\sin\frac{\pi}{4}-\sin\alpha=$

$=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{2}\cos\alpha-\sin\alpha=\sin\alpha-\cos\alpha-\sin\alpha=-\cos\alpha.$

в) $2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\sqrt{3}\sin\alpha=$

$=2\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha\right)-\sqrt{3}\sin\alpha=2\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-$

$-\sqrt{3}\sin\alpha=\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha=\cos\alpha.$

г) $\sqrt{3}\cos\alpha-2\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$

$=\sqrt{3}\cos\alpha-2\left(\cos\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{6}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos\alpha-\frac{2\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-$

$$-2\cdot\frac{1}{2}\sin\alpha=\sqrt{3}\cos\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha=-\sin\alpha.$$

823.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha-\beta)-\cos\alpha\cos\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta=\sin\alpha\sin\beta.$

б) $\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\cos\alpha\sin\beta.$

в) $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)-\frac{1}{2}\sin\alpha=\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha=$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha.$$

г) $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{4}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha.$$

824.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha-\beta)+\sin(-\alpha)\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta+$
$+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta;$

б) $\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cos(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+$
$+\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=\cos\alpha\sin\beta.$

825.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\sin(\alpha-\beta)-\cos\alpha\sin(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-$
$-\cos\alpha\sin\beta+\cos\alpha\sin\beta=\sin\alpha\cos\beta;$

б) $\cos(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\sin(-\beta)=\cos\alpha\cos\beta-$
$-\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta.$

826.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos 2\beta\cos\beta+\sin 2\beta\sin\beta=\cos(2\beta-\beta)=\cos\beta.$

б) $\sin3\gamma\cos\gamma-\cos3\gamma\sin\gamma=\sin(3\gamma-\gamma)=\sin2\gamma.$

827.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos 107°\cos 17°+\sin 107°\sin 17°=\cos(107°-17°)=\cos 90°=0$;

б) $\cos 36°\cos 24°-\sin 36°\sin 24°=\cos(36°+24°)=\cos 60°=\frac{1}{2}$.

в) $\sin 63°\cos 27°+\cos 63°\sin 27°=\sin(63°+27°)=\sin 90°=1$.

г) $\sin 51°\cos 21°-\cos 51°\sin 21°=\sin(51°-21°)=\sin 30°=\frac{1}{2}$.

828.

а) $\cos 18°\cos 63°+\sin 18°\sin 63°=\cos(18°-63°)=\cos(-45°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

б) $\cos 32°\cos 58°-\sin 32°\sin 58°=\cos(32°+58°)=\cos 90°=0$.

829.

а) $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$

$=\sin\left(\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)+\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right)=\sin 2\alpha$.

б) $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)=$

$=\cos\left(\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)+\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)\right)=\cos\frac{2\pi}{4}=0.$

830.

По формулам синуса суммы и разности:

а) $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta-$
$-\cos\alpha\sin\beta=2\sin\alpha\cos\beta$;

б) $\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta+$
$+\sin\alpha\sin\beta=2\sin\alpha\sin\beta$;

в) $\cos(60°-\alpha)-\cos(60°+\alpha)=\cos 60°\cos\alpha+\sin 60°\sin\alpha-$
$-\cos 60°\cdot\cos\alpha+\sin 60°\sin\alpha=2\sin 60°\sin\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\sqrt{3}\sin\alpha$

г) $\sin(30°-\alpha)+\sin(30°+\alpha)=\sin 30°\cos\alpha-\cos 30°\sin\alpha+\sin 30°\cos\alpha+$

$+\cos 30^\circ \sin\alpha = 2\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha = \cos\alpha.$

831.

По формулам синуса и косинуса суммы и разности:

а) $\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-$
$-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=2\cos\alpha\sin\beta.$

б) $\cos(30^\circ+\alpha)-\cos(30^\circ-\alpha)=\cos 30^\circ\cos\alpha-\sin 30^\circ\sin\alpha-$
$-\cos 30^\circ\cos\alpha-\sin 30^\circ\sin\alpha=2\cdot\frac{1}{2}\sin\alpha=-\sin\alpha.$

832.

а) $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta-$
$-\cos\alpha\sin\beta)=(\sin\alpha\cos\beta)^2-(\cos\alpha\sin\beta)^2=\sin^2 a\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta=$
$=\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-(1-\sin^2\alpha)\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+$
$+\sin^2\alpha\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\beta;$

б) $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)\cdot(\cos\alpha\cos\beta+$
$+\sin\alpha\sin\beta)=\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta=\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-$
$-\sin^2\beta\cdot(1-\cos^2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta\cos^2\alpha-\sin^2\beta+\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\beta.$

833.

а) $\frac{\sin(\alpha+\beta)-\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)+\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta+\cos\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}=1.$

б) $\frac{\sin(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}=$

$=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)}=$

$=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\operatorname{tg}(\alpha+\beta).$

834.

а) $\frac{\cos(\alpha+\beta)+\sin\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=1.$

б) $\frac{\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta}=\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=\operatorname{ctg}(\alpha+\beta).$

835.

1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=$

$=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=\frac{225}{289}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{225}{289}}=\pm\frac{15}{17}$; так как $\alpha\in$ I четверти, значит, $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=\frac{15}{17}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$; $\sin^2\beta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$;

$\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$; так как $\beta\in$ I четверти, значит, $\sin\beta>0$, поэтому $\sin\beta=\frac{3}{5}$.

а) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{8}{17}\cdot\frac{4}{5}+\frac{15}{17}\cdot\frac{3}{5}=\frac{32}{85}+\frac{45}{85}=\frac{77}{85}$.

б) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{15\cdot4}{17\cdot5}-\frac{8\cdot3}{17\cdot5}=$

$=\frac{60}{85}-\frac{24}{85}=\frac{36}{85}$.

в) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{15\cdot4}{17\cdot5}+\frac{8\cdot3}{17\cdot5}=$

$=\frac{60}{85}+\frac{24}{85}=\frac{84}{85}$.

836.

1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-\left(\frac{9}{41}\right)^2=$

$=-\frac{1681-81}{1681}=\frac{1600}{1681}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1600}{1681}}=\pm\frac{40}{41}$, так как $\alpha\in$ II четверти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\frac{40}{41}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$; $\cos^2\beta=1-\left(-\frac{40}{41}\right)^2=$

$=\frac{1681-1600}{1681}=\frac{81}{1681}$; $\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{81}{1681}}=\pm\frac{9}{41}$; так как $\beta\in$ IV четверти, значит, $\cos\beta>0$, поэтому $\cos\beta=\frac{9}{41}$.

3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{9\cdot9}{41\cdot41}+\frac{40\cdot40}{41\cdot41}=$

$=\frac{81+1600}{1681}=\frac{1681}{1681}=1$.